

استاتیک :

فصل ۱ :

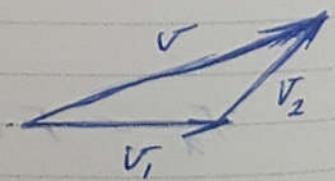
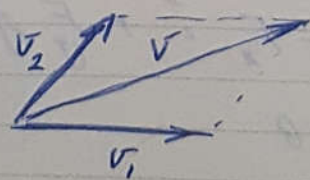
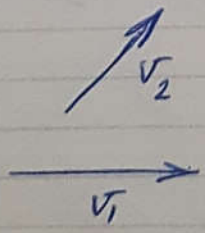
مکانیک شاخه‌ای از فیزیک است که به بررسی حرکت و سکون اجسام در اثر نیروهای پیرامون
 هیچ مبحثی به اندازه مکانیک در کلیه مهندسی نقش ندارد.

مکانیک : استاتیک : تعادل اجسام تحت اثر نیروها
 دینامیک : حرکت اجسام تحت اثر نیروها

نیرو : محل یا تنش یک جسم روی جسم دیگر است. نیرو، کمیتی برداری است و تنش
 آن با مقدار، جهت و نقطه اثرش مشخص می‌شود.

کمیت‌های اسکالر و برداری : کمیتی اسکالر کمیتی هستند که با مقدارشان کاملاً مشخص می‌شوند
 نمونه‌های کمیات اسکالر در مکانیک عبارتند از : زمان، حجم، چگالی، جرم و ...
 کمیت‌های برداری علاوه بر مقدار، جهت نیز دارند و از قواسم جمع برداری مثل متواری الاضلاع
 پیروی می‌کنند. نمونه‌های کمیات برداری عبارتند از : جابجایی، سرعت، شتاب، نیرو،
 گشتاور و ...

قانون جمع برداری :



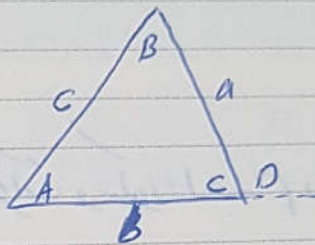
$$v = v_1 + v_2$$

قانون متواری الاضلاع

قانون مثلثی (دم بر سر)

قانون سینوسها:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$$



قانون کسینوسها:

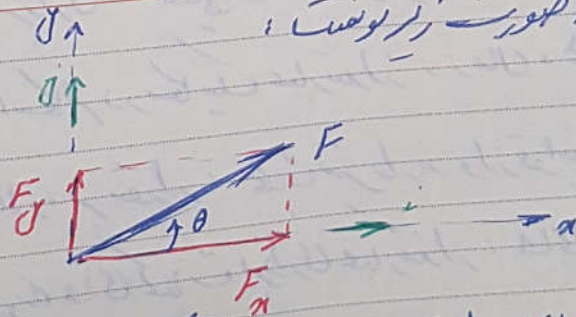
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

$$c^2 = a^2 + b^2 + 2ab \cos D$$

تجزیه نیروها به مؤلفه‌های متعامد:

مقدار و جهت هر دو بردار، تجزیه آن به مؤلفه‌های متعامد است. طبق قانون متوازی الاضلاع
 (عید نوروز تعطیل) - هجوم مأموران ستم شاهی پهلوی به مدرسه فیضیه قم (۱۳۴۲ ه. ش) - آغاز عملیات فتح المبین (۱۳۶۱ ه. ش)

بردار F در شکل را می‌توان به صورت زیر نوشت:



تو در آن F_x ، F_y مؤلفه‌های برداری F هستند. حرکت از مؤلفه‌های برداری را می‌توان به صورت حاصلضرب یک کمیت اسکالری و یک بردار یک‌جهت مناسب بیان کرد.

$$F = F_x \hat{i} + F_y \hat{j}$$

$$F_x = F \cos \theta$$

$$F_y = F \sin \theta$$

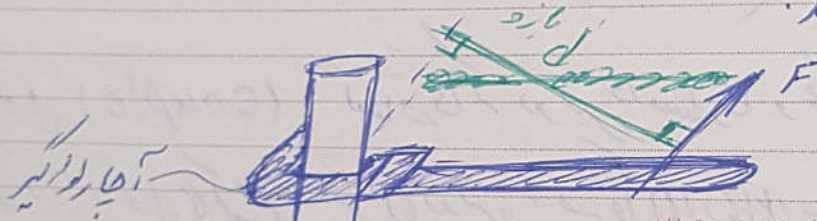
$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$

اگر نیروها هم‌جهت باشند یا برعکس می‌توان

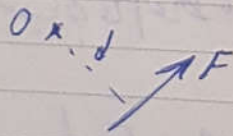
$$\theta = \tan^{-1} \frac{F_y}{F_x}$$

همه را در دور امتیای محور در هم تجزیه کرد و برآیند گرفت.

گساور (Moment): نیروها علاوه بر اینکه تمایل دارند اجسام را در امتداد خط اثرشان به حرکت درآورند، همچنین ممکن است تمایل داشته باشند که آنها را حول محوری غیر موازی و غیر منقطع با خط اثر خود بچرخانند. تمایل نیرو به چرخاندن جسم را گساور یا ممان گویند و آنرا با M نشان می‌دهند.

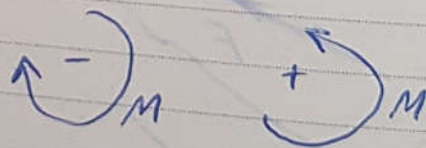


سالروز وفات حضرت ام البنین (س) - روز تکریم مادران و همسران شهیدان - عید نوروز (تعطیل)

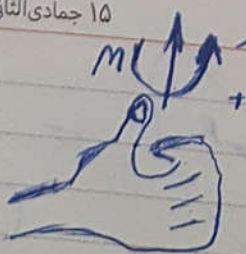


$$M = Fd$$

باد را بیشتر مثبت
ساعتگرد منفی



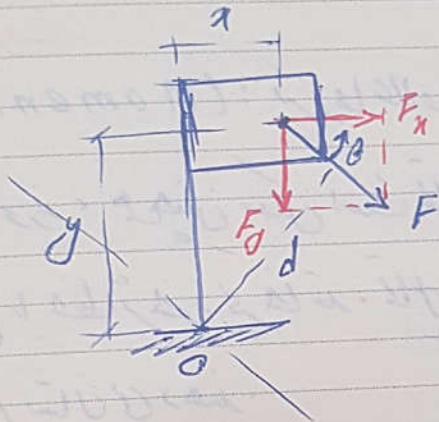
قرار داری:



لذا نسبت جهت دست راست هم می‌توان جهت گساور را معلوم کرد.

(Varignon)

قضیه وارینیون: بیان می کند، گشتاور هر نیرو حول هر نقطه برابر است با حاصل جمع گشتاورهای مؤلفه های آن نیرو حول همان نقطه.



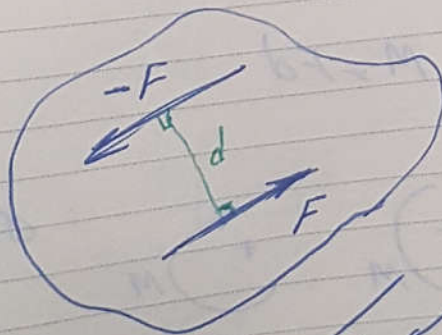
$$M = F \cdot d$$

$$= F \cos \theta \cdot y +$$

$$F \sin \theta \cdot x$$

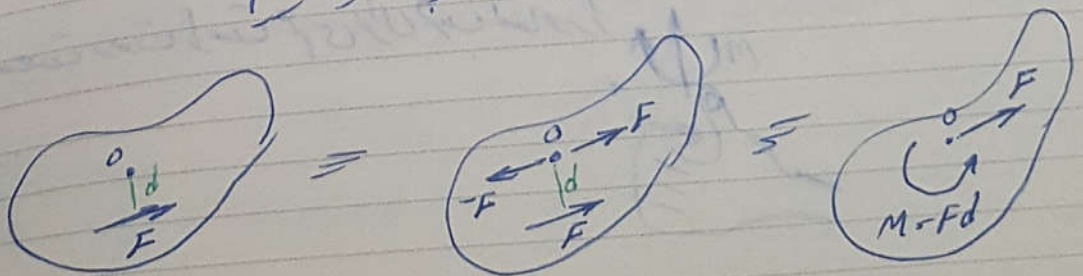
کویل (Couple): گشتاورهایی که دو نیروی مساوی و مختلف جهت و غیر هم راستا ایجاد می کنند، کویل یا گزیم. اثر این دو نیرو، صرفاً ایجاد گزیم است. مقدار گشتاور

ناشی از کویل نسبت به تمام نقاط یکسان است.



$$M = F \cdot d$$

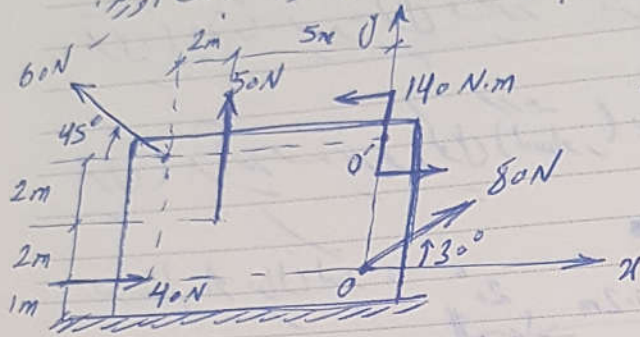
نمود: می توانیم یک نیرو را با یک نیرو و یک کویل جایگزین کنیم.



9

دوشنبه / 28, Mon.
 فروردین / March, 2016
 ۱۸ جمادی الثانی ۱۴۲۷

مثال) نبر آئند چهار نیرو و یک گوی که در یک شکل بر صفحه وارد می شوند، بدست آورید:



رستگاه نیرو - گوی که بزرگترین نیروهای دارند

ی سوز

$$R_x = \sum F_x = 80 \cos 30 + 40 - 60 \cos 45 = 66.9 \text{ N}$$

$$R_y = \sum F_y = 80 \sin 30 + 50 + 60 \cos 45 = 132.4 \text{ N}$$

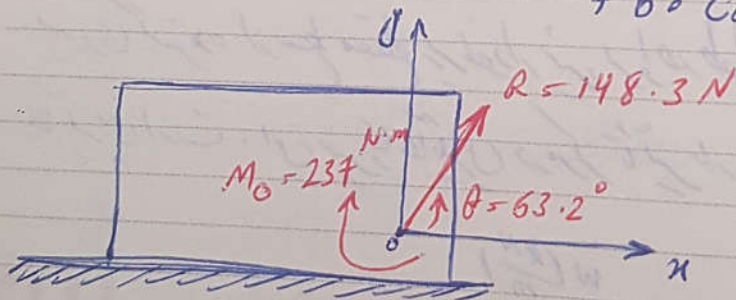
$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{66.9^2 + 132.4^2} = 148.3 \text{ N}$$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{R_y}{R_x} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{132.4}{66.9} \right) = 63.2^\circ$$

سه شنبه / 29, Tue.
 فروردین / March, 2016
 ۱۹ جمادی الثانی ۱۴۲۷

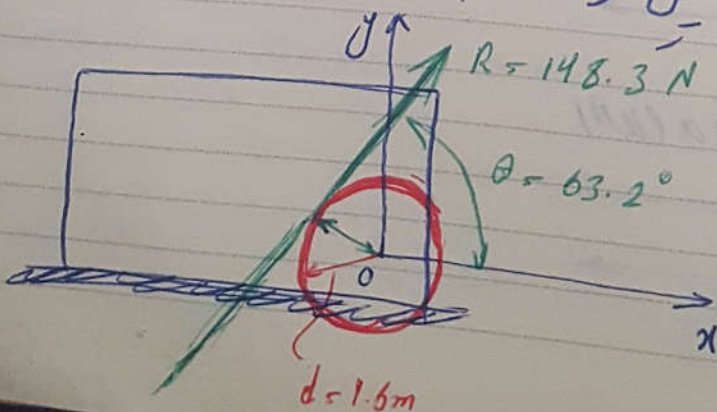
۱۰

$$M_0 = 140 - 50(5) - 60 \cos 45 \times 7 + 60 \cos 45 \times 4 = -237 \text{ N.m}$$



شان رفتن است

می توان خط اثر نیروی R را طوری تعیین کرد که R به تنهایی بزرگترین رستگاه نیرو گوی سوز

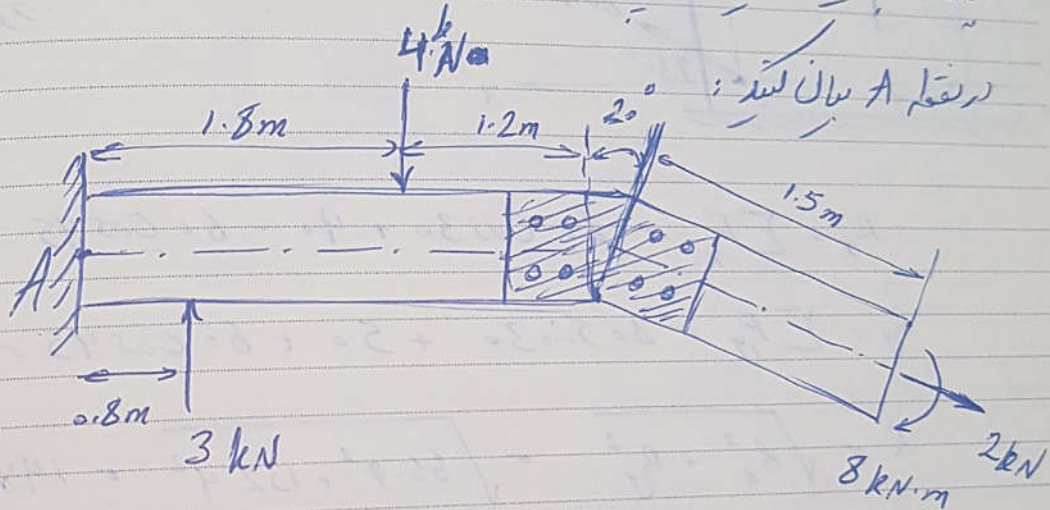


$$M_0 = R d \rightarrow 237 = 148.3 d$$

$$\Rightarrow d = 1.6 \text{ m}$$

تمرین (۱) دستگاه نیرو-کوتل و نیروی σ بزرگترین آنرا برای نقطه σ در شکل قبل بدست آورید.

تمرین (۲) برای کدنه نیرو و کوتل (الستاتور) نشان داده شده را بر حسب دستگاه نیرو-کوتل

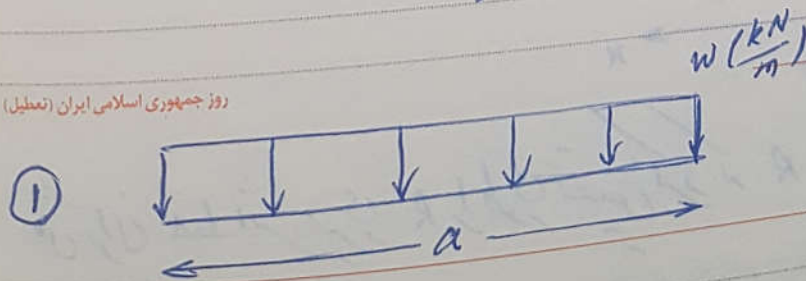


ولادت حضرت فاطمه زهرا (س) (هشتم قبل از هجرت) و روز زن - تولد حضرت امام خمینی (ره) رهبر کبیر انقلاب اسلامی (۱۳۲۰ هـ.ق)

۱۲

نیروی گسترده (Distributed force):

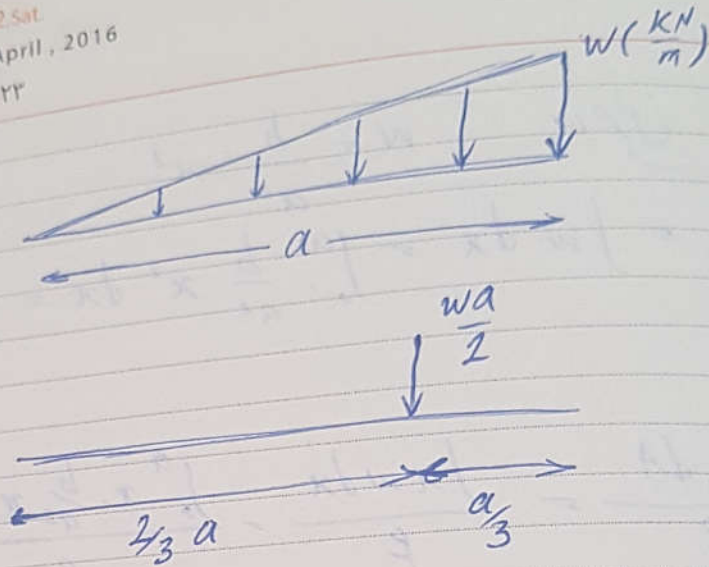
نیروی گسترده از سطح مقطع بر طول a نیرو وارد می شود. این نیروی گسترده را می توان به صورت یک نیروی متمرکز قابل جایگزینی است. این نیروی جایگزین در مرکز تاثیر دارد. نیرو واردی شود.



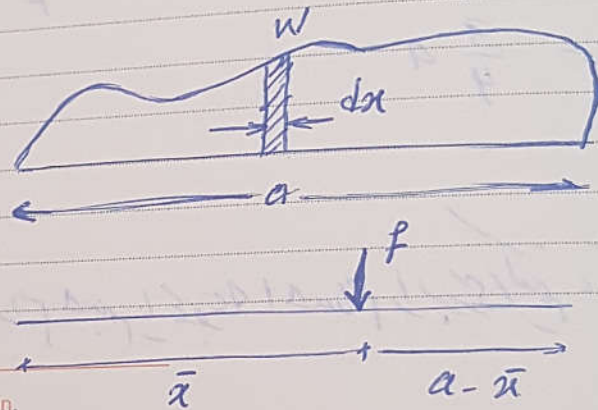
روز جمهوری اسلامی ایران (تعطیل)

۱۳

(۲)



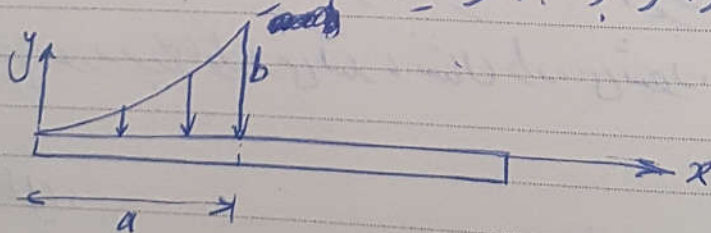
(۳) حالت کلی



$$F = \int dA = \int w dx$$

$$\bar{x} = \frac{\int x dA}{F} = \frac{\int x w dx}{F}$$

مثال) بار متوزن هایگزیمن و محل اثر آنرا برای بار گسترده زیر بدست آورید:



$$w = cx^2$$

شرایط مرزی: $x=0 \rightarrow w=0$

$x=a \rightarrow w=b$

$$\Rightarrow b = ca^2 \rightarrow \boxed{c = \frac{b}{a^2}}$$

بنابراین : $w = \frac{b}{a^2} x^2$

$$F = \int dA = \int w dx = \int_0^a \frac{b}{a^2} x^2 dx = \frac{b}{a^2} \frac{x^3}{3} \Big|_0^a$$

$$= \frac{1}{3} ba$$

$$\bar{x} = \frac{\int x dA}{F} = \frac{\int x w dx}{F} = \frac{\int_0^a x \cdot \frac{b}{a^2} x^2 dx}{F} = \frac{\frac{b}{a^2} \frac{x^4}{4} \Big|_0^a}{F}$$

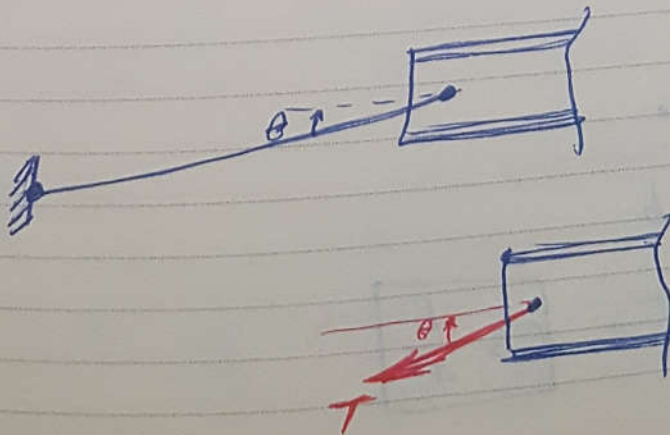
$$= \frac{\frac{ba^4}{4}}{\frac{ba}{3}} = \frac{3}{4} a$$

دیگرم آزاد :

من از آنکه تقسیم گرفتیم کدام جسم یا مجموعه اجسام را بررسی کنیم ، آن جسم یا مجموعه را

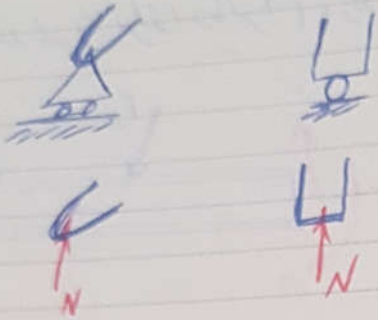
اجسام بیرونی جزایا به اصطلاح متروکی می کنیم . برای این کار دیگرم جسم آزاد یا
 مختصر دیگرم آزاد از رسم می کنیم . دیگرم آزاد طرح ساده ای از جسم یا اجسام
 می شده است که در آن نیروهای که اجسام بیرونی حذف شده از طریق تماس مکانیکی
 هم مورد بررسی وارد می کنند ، نشان داده می شود .

مثال :

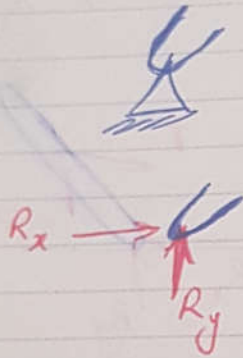


۱۲) تکیه گاه غلظتی :

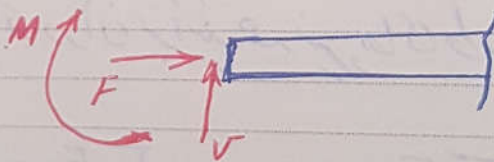
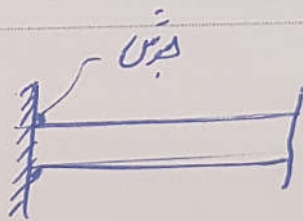
در راستای قائم و آزادی حرکت ندارد.



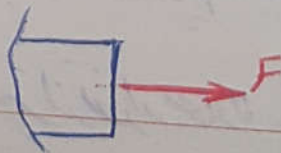
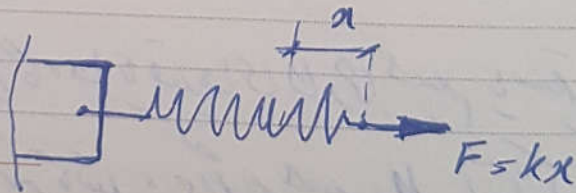
۱۳) تکیه گاه مفصلی :



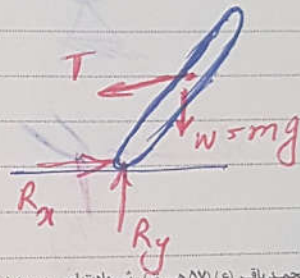
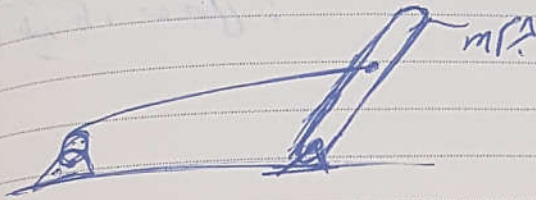
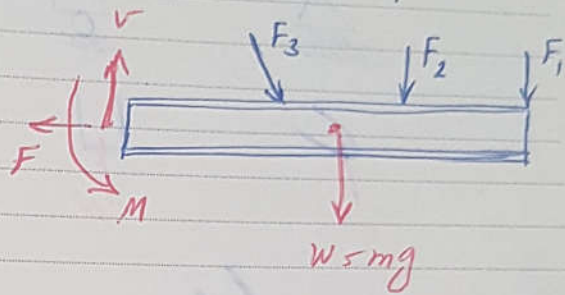
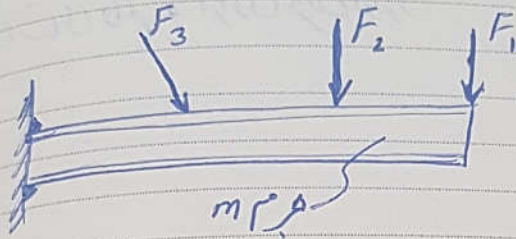
۱۴) تکیه گاه گیردار :



۱۵) فنر :



مثال) چند لحظه برای دیاگرام آزاد:



ولادت حضرت امام محمد باقر (ع) (۵۷ هـ ق) - شهادت امیر سپهبد علی صیاد شیرازی (۱۲۷۸ هـ ش) - سالروز افتتاح حساب شماره ۱۰۰ به فرمان حضرت امام (ره) و تأسیس بنیاد مسکن انقلاب اسلامی (۱۳۵۸ هـ ش)

توازن: وضعیتی است که در آن برآیند همه نیروهای وارد بر جسم صفر است.

$$\sum F_x = 0, \quad \sum F_y = 0, \quad \sum M_o = 0$$

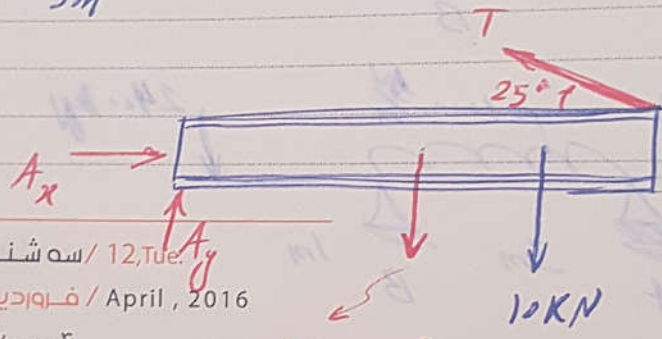
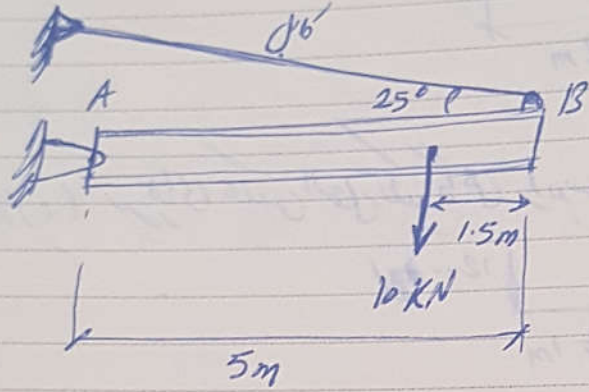
در اولیاد:

مسائل هیراتاتیکی: اگر تعداد گاه‌ها یا قندهای خارجی جسم با سیستم از آنجه برای حفظ وضعیت تعادل آن لازم است شتر باشد، می‌گوئیم جسم به طور استاتیکی نامعین است یا هیراتاتیکی است. تعداد مجهولات شتر از تعداد معادلات باشد، که مقاومت مصالح

مسائل انزو اتاتیکی: اگر تعداد قندهای خارجی جسم با حداقل تعداد لازم برای تعادل تعادل برابر باشد، می‌گوئیم جسم به طور استاتیکی معین است یا انزو اتاتیکی است. تعداد مجهولات با تعداد معادلات برابر است.

که استاتیکی

مثال) مقدار کشش کابل و مقدار نیروی واکنش در مفصل A را بدست آورید. تیر AB به تیر آهن استاندارد به مقطع I و به ارتفاع ۰.۵ m است به هم واحد طول آن برابر ۰.۳۵ m است.



مادت حضرت امام علی النقی الهادی (ع) (۲۵۴ هـ.ق)

$$(9.5)(10^{-3})(5)(9.81) = 4.66 \text{ kN}$$

$$\sum M_A = 0 \rightarrow T \cos 25 \times 0.25 - 10 \times 3.5 - 4.66 \times 2.5 + T \sin 25 \times 5 = 0 \rightarrow$$

$$2.34 T = 46.65 \rightarrow T = 19.9 \text{ kN}$$

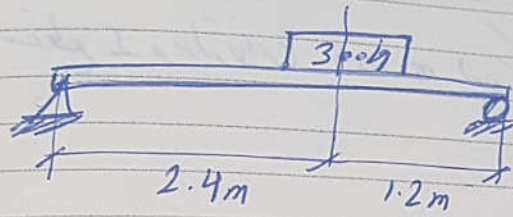
$$\sum F_x = 0 \rightarrow A_x = T \cos 25 = 19.9 \cos 25 = 18 \text{ kN}$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow A_y + T \sin 25 = 4.66 + 10 \rightarrow$$

$$A_y = 6.25 \text{ kN}$$

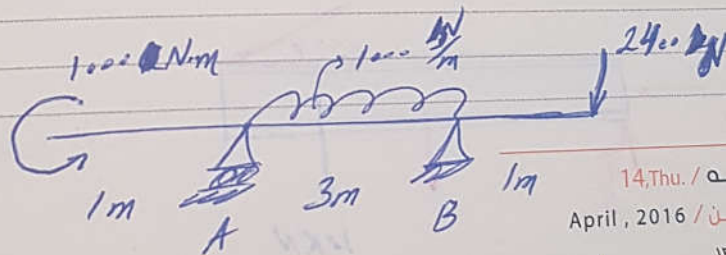
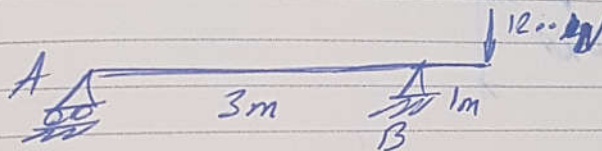
$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} = 19 \text{ kN}$$

تیر (در شکل زیر) بجز واحد طول تیر ۵۰ kg است. نیروهای عکس العمل تیر را رسم کنید.

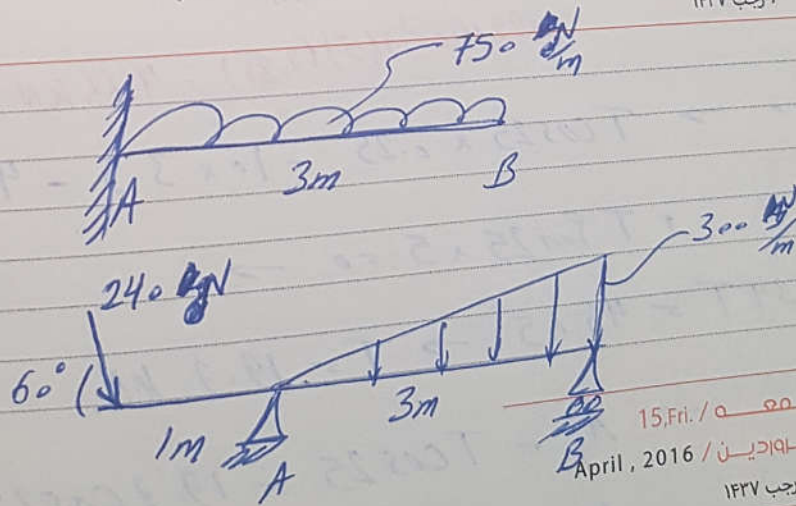


را درست آورید.

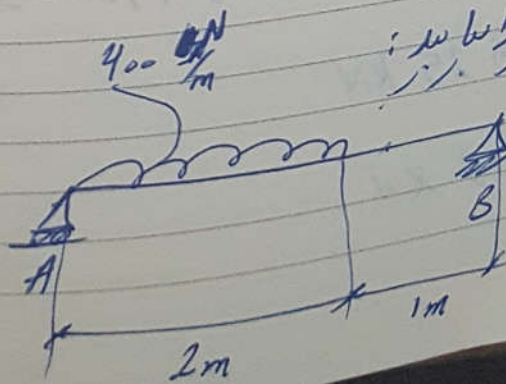
تیر (در شکل عکس العمل تیر را رسم کنید) را درست آورید:

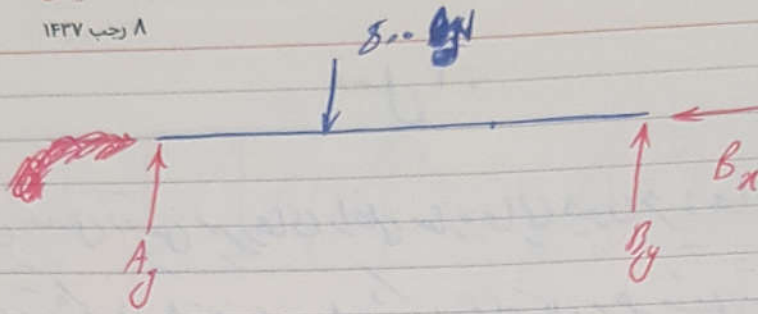


روز بزرگداشت عطار نیشابوری



تیر (عکس العمل تیر را رسم کنید) تیر را رسم کنید:





$$\sum M_B = 0 \rightarrow A_y (3) - 800 (2) \rightarrow A_y = 1600/3$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow 1600/3 + B_y - 800 \rightarrow B_y = 800/3$$

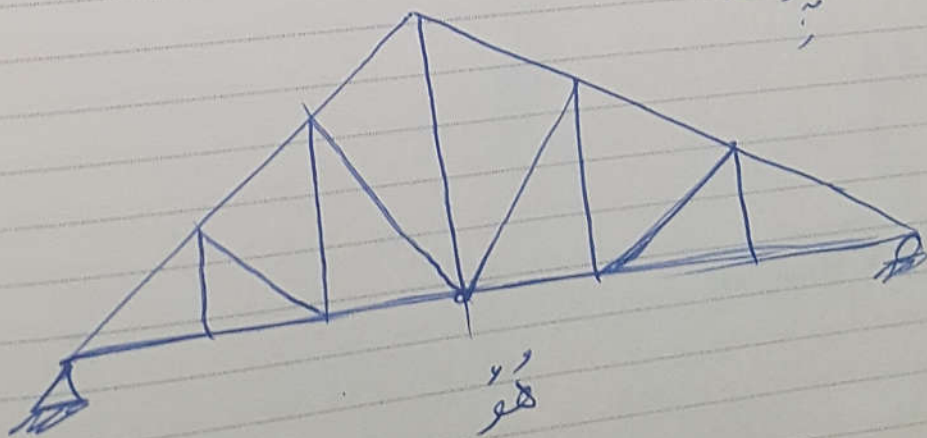
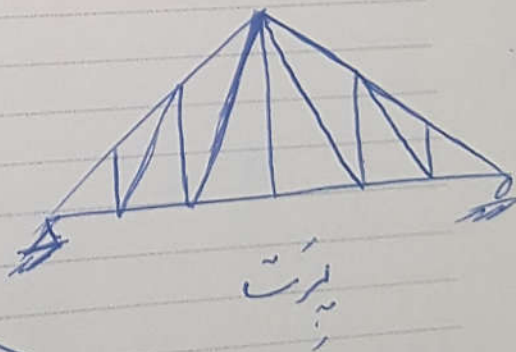
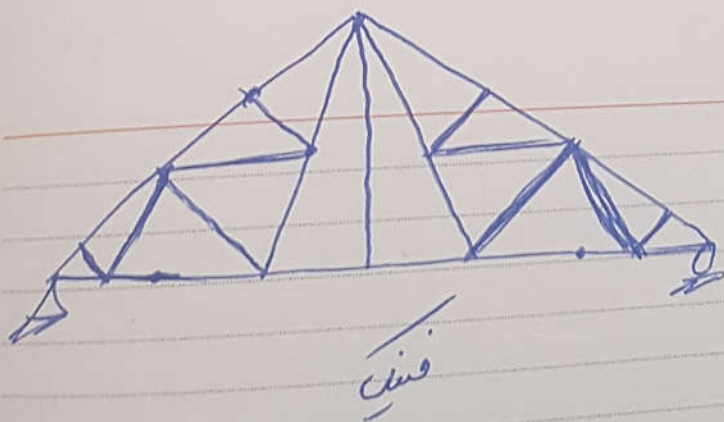
$$\sum F_x = 0 \rightarrow B_x = 0$$

فصل ۲:

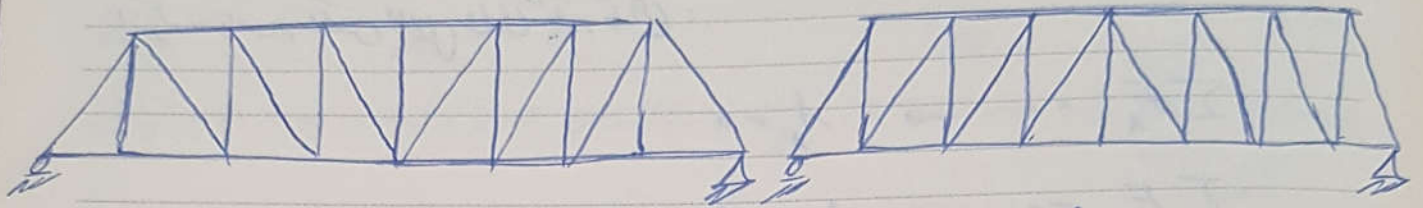
هدف از این فصل تعیین نیروهای داخلی ستاره‌های چوبی خرما‌های باشد.
 فریاد شبکه‌ای متشکل از چندین عضو است که سرهایشان بهم متصل شده‌اند و مجموعاً یک ستاره
 صلب را تشکیل داده‌اند.

- ۱- قطعات تشکیل دهنده خرما، میل به مسقیم‌الخط هستند.
 ۲- محل اتصال میل‌ها که به آن مفصل یا گره گفته می‌شود، لولایی است.
 ۳- کلمه نیروها در مفصل وارد می‌شوند.

ولادت حضرت امام محمد تقی (ع) «جواد الائمه»، (۱۹۵ هـ.ق)



فریادها متشکل از اعضا



برت

هو

فرمهای متداول در پلها

در تحلیل فرمای، فرض بر این است که اعضای فرمای، دو نیروی مساوی باشند.



روز بزرگداشت سعدی

۲

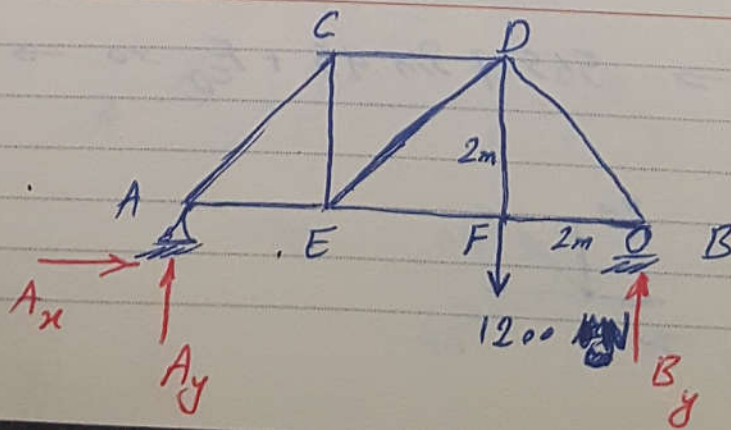
تحلیل فرمای
 ۱- روش تعادل گره ها یا روش معضلها
 ۲- روش مقطعها

روش معضلها:

در این روش برای هر معضل، دو معادله تعادل داریم و نیز برای اعضای نزدیک به معادله
 ولادت حضرت امام علی (ع) (۲۱ سال قبل از هجرت) (تعطیل) - آغاز سید البیض (اعتکاف) - تأسیس سپاه پاسداران انقلاب اسلامی (۱۳۵۸ هـ. ش) - سالروز اعلام انقلاب فرهنگی (۱۳۵۹ هـ. ش)

۳

تعادل برای هر معضل درست می آید.



مثال ۱

روز بزرگداشت شیخ بهایی

ابتداءً تا سیم بخش العمل های تیر را با هم :

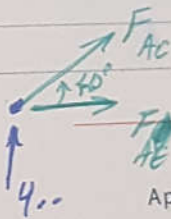
$$\sum F_x = 0 \rightarrow A_x = 0$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow A_y + B_y = 1200$$

$$\sum M_A = 0 \rightarrow B_y \times 6 = 1200 \times 4 \Rightarrow B_y = 800 \text{ N}$$

$$A_y = 400 \text{ N}$$

سین استر را تحلیل از مفصل A :

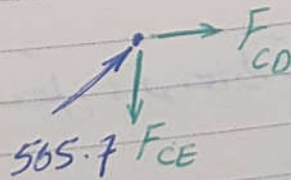


وفات حضرت زینب (س) (۶۲هـ.ق) - تغییر قبله مسلمانان از بیت المقدس به مکه معظمه (۱هـ.ق)

$$\sum F_y = 0 \rightarrow F_{AC} \sin 45 + 400 = 0 \rightarrow F_{AC} = -565.7 \text{ N}$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow -565.7 \cos 45 + F_{AE} = 0 \rightarrow F_{AE} = 400 \text{ N}$$

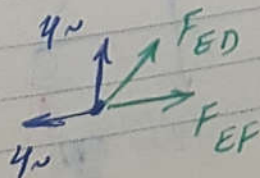
گره C :



$$\sum F_y = 0 \rightarrow 565.7 \cos 45 - F_{CE} = 0 \rightarrow F_{CE} = 400 \text{ N}$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow 565.7 \sin 45 + F_{CD} = 0 \rightarrow F_{CD} = -400 \text{ N}$$

گره E :



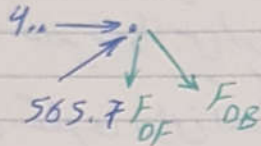
4

دوشنبه / 25 Mon
 اردیبهشت / April, 2016
 ۱۴۳۷ رجب ۱۷

$$\sum F_y = 0 \rightarrow F_{ED} \cos 45 + 400 = 0 \rightarrow F_{ED} = -565.7 \text{ N}$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow -565.7 \cos 45 + F_{EF} - 400 = 0 \rightarrow F_{EF} = 800 \text{ N}$$

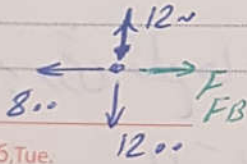
گره D:



$$\sum F_x = 0 \rightarrow F_{DB} \cos 45 + 565.7 \cos 45 + 400 = 0 \rightarrow F_{DB} = -1131.4 \text{ N}$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow 1131.4 \cos 45 + 565.7 \cos 45 - F_{DF} = 0 \rightarrow F_{DF} = 1200 \text{ N}$$

گره F:



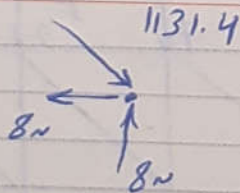
$$\sum F_x = 0 \rightarrow F_{FB} = 800 \text{ N}$$

U

سه شنبه / 26, Tue.
 اردیبهشت / April, 2016
 ۱۴۳۷ رجب ۱۸

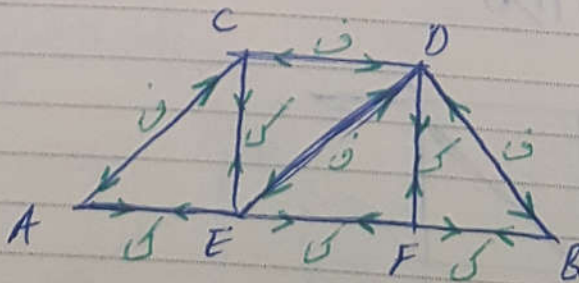
گره A و B که کنترل است:

گره B:



$$\sum F_x = 0 \rightarrow 800 = 1131.4 \cos 45 = 800 \text{ ok}$$

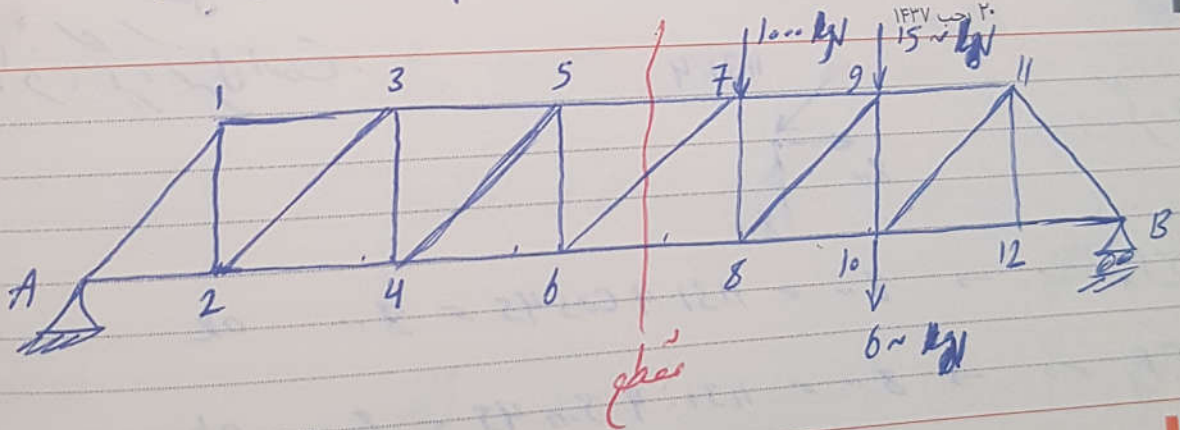
$$\sum F_y = 0 \rightarrow 800 = 1131.4 \sin 45 = 800 \text{ ok}$$



روش مقطع ها:
 چنانچه مقطعی در هر ناحیه فریاد شده شود به طوریکه از آن به دو قسمت تقسیم کند، می توان
 از سه معادله تعادل، مجهولات را در ناحیه برش خود بدست آورد. فقط وقت شود
 تا حد برش خود نباید کاری بس از سه مجهول باشد.
 مزیت اصلی روش مقطع ها در این است که تقریباً نیروهای هر عضو را می توان با تحلیل
 مقطعی از فرکانس آن عضو قطع می کند، می توان بدست آورد. لذا نیروی ندارد که همانند
 را معضله معضله دنبال کنیم تا به عضو مورد نظر برسیم.

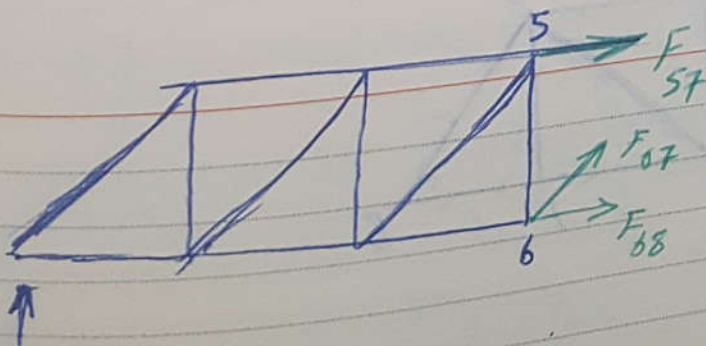
مثال ۱) F_{57} را بر روش مقطع ها بدست آورید. طول مقاطع افقی m ۴ و

طول مقاطع قائم m ۳ می باشد.



روز شوراها

دیگر آن آزاد:



۱۰۲۸.۶

ابتدا، بدست آوردن عکس العمل‌های پایه با همی:

$$A_x = 0$$

$$\sum M_B = 0 \rightarrow A_y \times 28 = 1000 \times 12 + 1500 \times 8 + 600 \times 8$$

$$\rightarrow A_y = 1028.6 \text{ N}$$

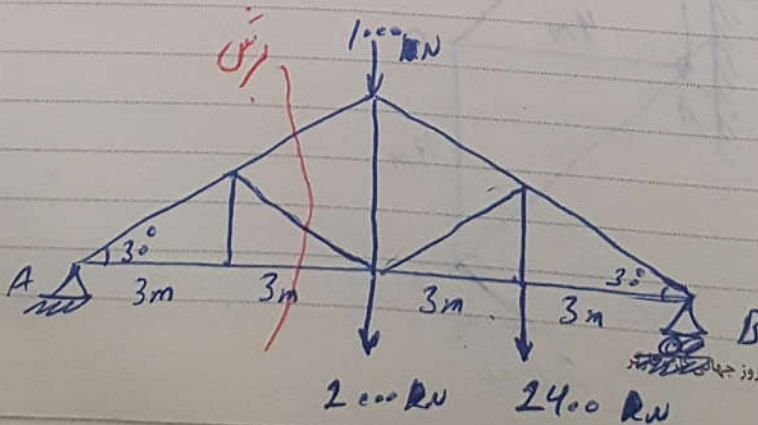
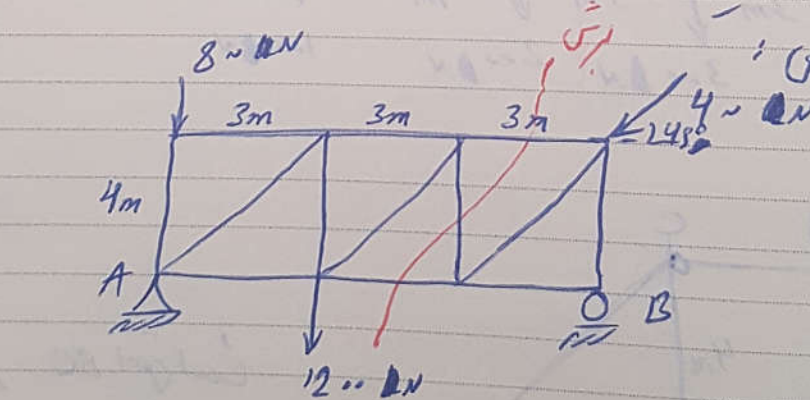
برای بدست آوردن F_{57} ، حول گره 6 معادله می‌گیریم:

$$\sum M_6 = 0 \rightarrow -F_{57} \times 3 - 1028.6 \times 12 = 0 \rightarrow$$

$$F_{57} = -4114.4 \text{ N}$$

فشاری

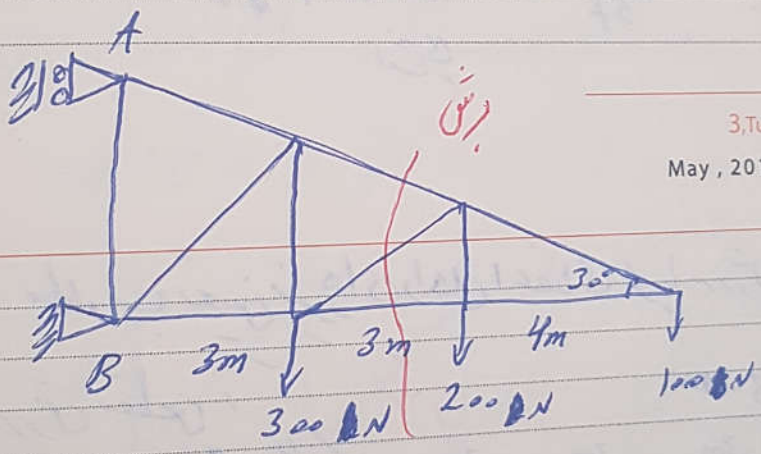
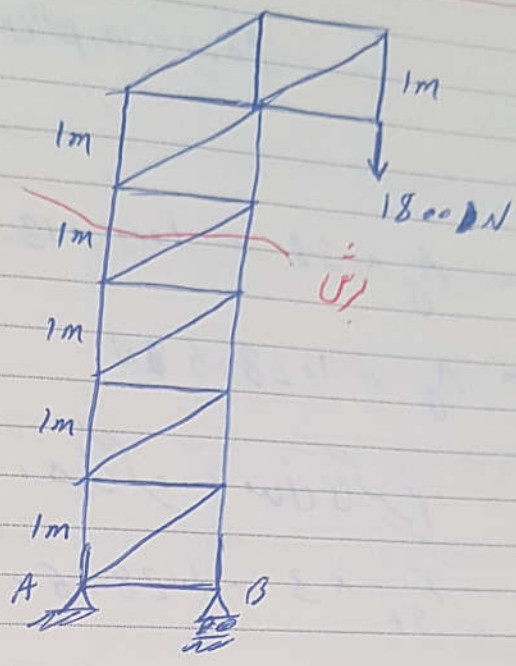
کار این (مطلوب تعیین نیروهای داخلی اعضای تریا به روش مفصل و در مکان‌ها مشخص شده بر روش مقطعی):



2m 2m

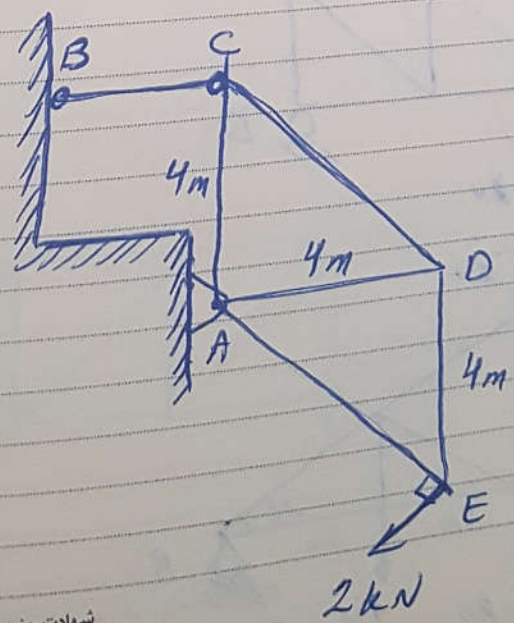
دوشنبه / 2 Mon.
 اردیبهشت / May, 2016
 ۲۴ رجب ۱۴۲۷

۱۳



سه شنبه / 3, Tue.
 اردیبهشت / May, 2016
 ۲۵ رجب ۱۴۲۷

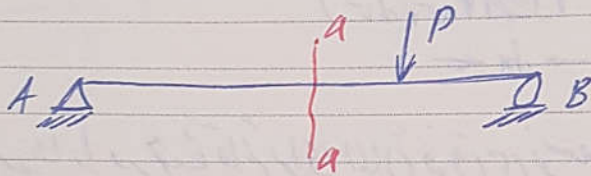
۱۴



میل به هم, BC اصل است

فصل ۳:

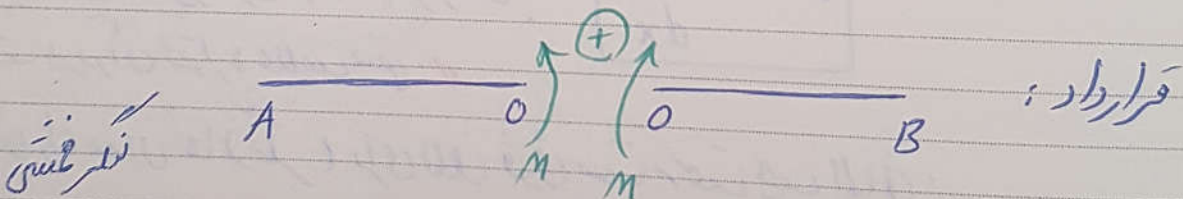
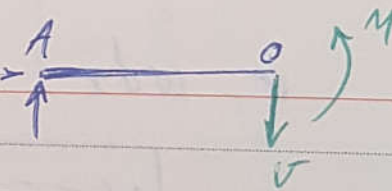
هدف از این فصل، بیاموزیم دریاگرام تنش و نیروی برشی در تیرهاست.
 تیرها اعضای ازسازه‌ها هستند که در مقابل تنش ناشی از بارهای وارده، مقاومت‌شان می‌دهند.
 بارها معمولاً به طور عمودی بر محور طولی آنها وارد می‌شوند.
 وقتی نیروی مانند P بر تیر AB وارد شود، اگر مقطع مانند aa را در هر قسمت از تیر
 AB در نظر بگیریم، تیر هم نیروی برشی و هم تنش کششی را تحمل می‌کند.



روز بزرگداشت شیخ صدوق

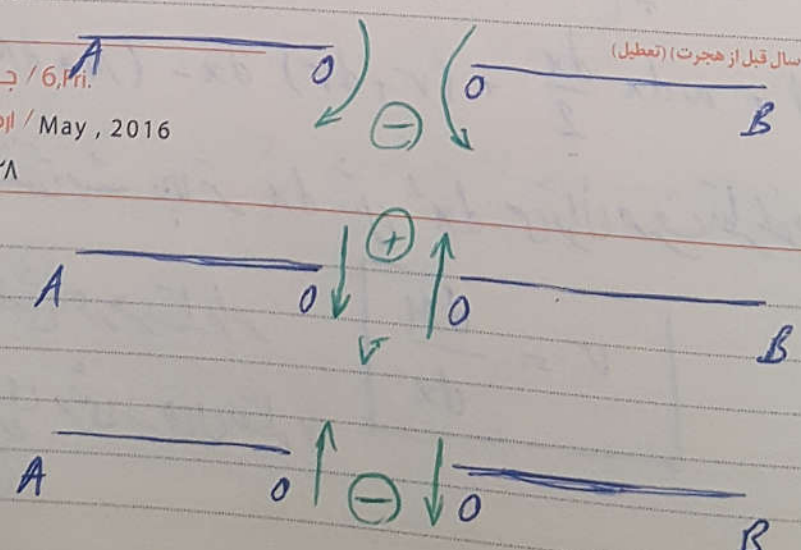
بیاموزیم دریاگرام آزار

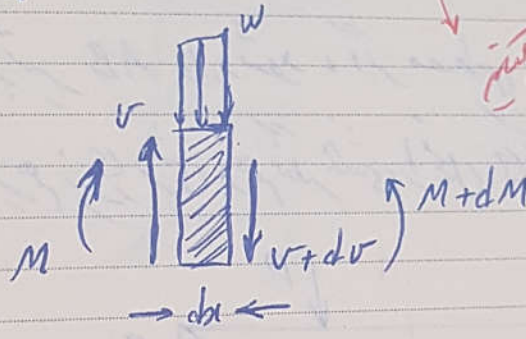
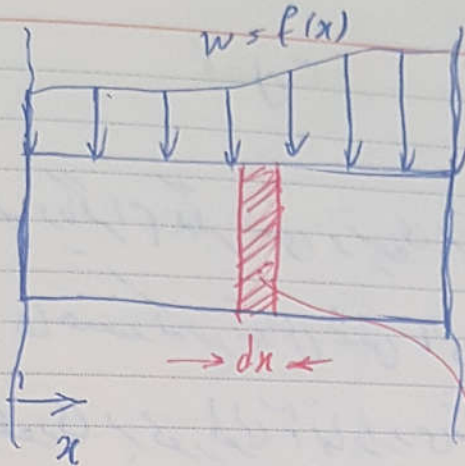
اگر نیروی برشی در تیر $\sum F_y = 0$ برابر صفر می‌شود



میث حضرت رسول اکرم (ص) (۱۲ سال قبل از هجرت) (تعطیل)

نیروی برشی





جزای کوچک

معادله تعادل نیروها را در جهت قائم برای المان فوق می نویسیم:

روز بیماری های خاص و صعب العلاج

$$v - w dx - (v + dv) = 0$$

$$w = -\frac{dv}{dx}$$

یعنی شیب نمودار نیروی برشی در هر نقطه برابر است با شدت بار در آن نقطه با علامت منفی.

معادله تعادل ممان ها (تنگر) برای المان فوق نسبت به سمت چپ المان:

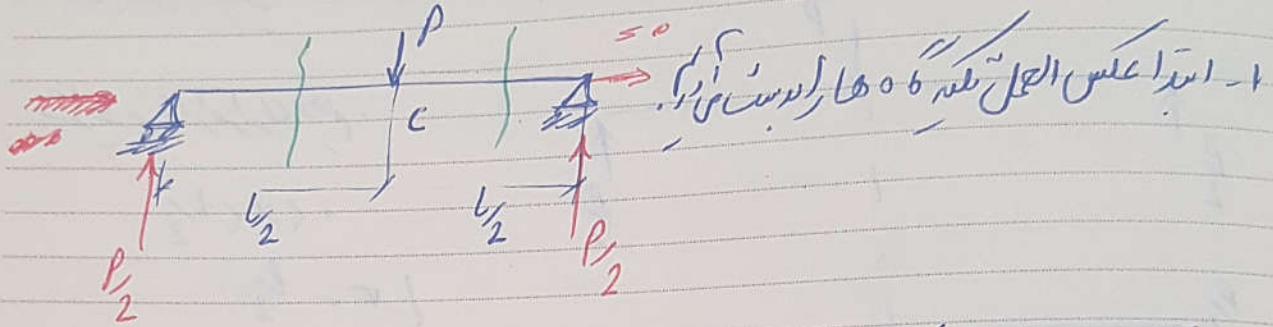
$$M + w dx \frac{dx}{2} + (v + dv) dx - (M + dM) = 0$$

لذا عبارات با مشتقات بالاتر از \$dx\$ مثل \$dx^2\$ می توان صرف نظر نمود:

$$v = \frac{dM}{dx}$$

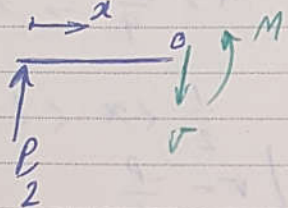
شیب نمودار تنگر همشی در هر نقطه برابر است با مقدار نیروی برشی در همان نقطه.

روش رسم دیاگرام نیروی برشی و گشتاوی



۲- مقطع های را روی تیر کنیم. مقطع اول در فاصله AC زده شود.

$0 < x < \frac{L}{2}$



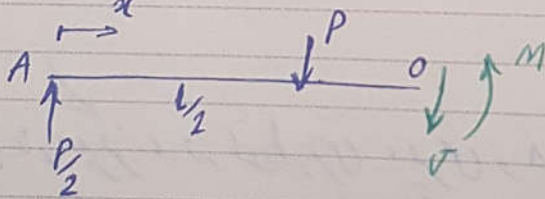
$$\sum F_y = 0 \rightarrow \frac{P}{2} - V = 0 \rightarrow V = \frac{P}{2}$$

$$\sum M_o = 0 \rightarrow -\frac{P}{2}x + M = 0 \rightarrow M = \frac{P}{2}x$$

$$0 < x < \frac{L}{2} \rightarrow \begin{cases} V = \frac{P}{2} \\ M = \frac{P}{2}x \end{cases}$$

مقطع بعدی در فاصله BC زده می شود و تعداد آن را برسی کنیم

$\frac{L}{2} < x < L$

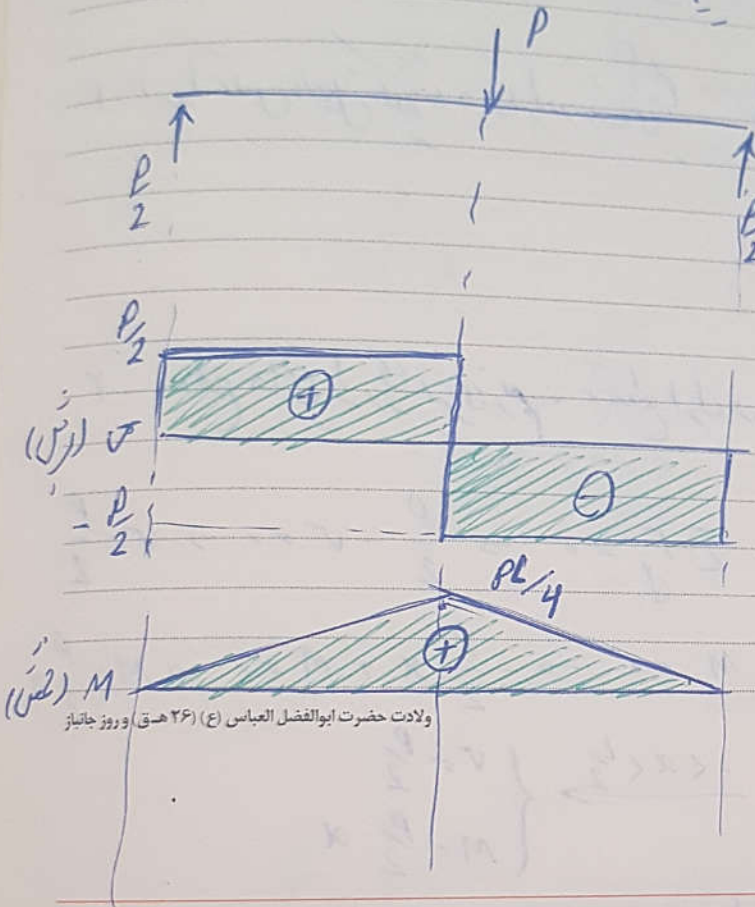


$$\sum F_y = 0 \rightarrow \frac{P}{2} - P - V = 0 \rightarrow V = -\frac{P}{2}$$

$$\sum M_o = 0 \rightarrow -\frac{P}{2}x + P(x - \frac{L}{2}) + M = 0 \rightarrow M = -\frac{P}{2}x + \frac{PL}{2}$$

$$\frac{L}{2} < x < L \rightarrow \begin{cases} V = -\frac{P}{2} \\ M = -\frac{P}{2}x + \frac{PL}{2} \end{cases}$$

حال معنی تعییرات M و V را رسم می‌کنیم:



شرایط مرزی را قرار می‌دهیم.

$$0 < x < L/2$$

$$\begin{cases} V = P/2 \\ M = 0 \rightarrow x = 0 \end{cases}$$

$$M = PL/4 \rightarrow x = L/2$$

$$L/2 < x < L$$

$$\begin{cases} V = -P/2 \\ M = PL/4 \rightarrow x = L/2 \end{cases}$$

پنجشنبه / 12 Thu.

اردیبهشت / May, 2016

۵ شعبان ۱۳۲۷

$$M = 0 \rightarrow x = L$$

چهارشنبه

در محل اعمال بار متمرکز، در نمودار برش، پیرش وجود دارد.
 در محل اعمال بار متمرکز، در نمودار فلکشنشی، پیرش وجود دارد.

ولادت حضرت امام زین العابدین (ع) (۲۸ هـ.ق)

جمعه / 13 Fri.

اردیبهشت / May, 2016

۶ شعبان ۱۳۲۷

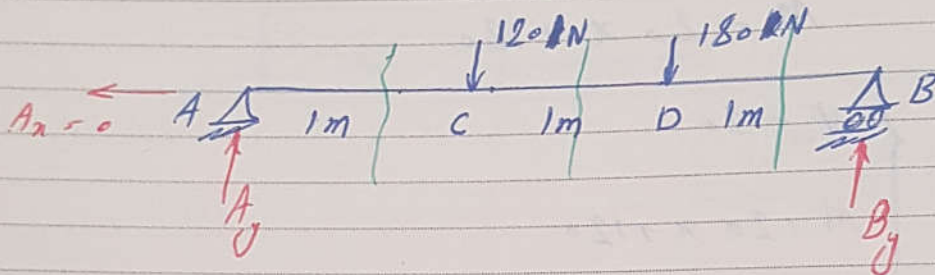
سطح زیر معنی شدت بار از x_0 تا x_1 با علامت مثبت
 $* V = V_0 + \dots$ (ش)

جمع زدن مساحت زیر معنی بارگذاری، معمولاً روش ساده‌ای برای رسم نمودار نیروی برشی است.

سطح زیر معنی نیروی برشی از x_0 تا x_1 با علامت منفی
 $* M = M_0 + \dots$ (ش)

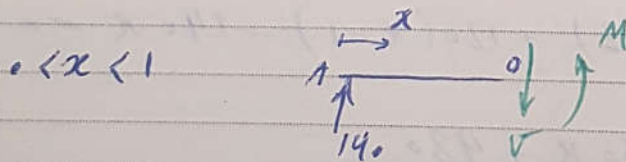
جمع زدن مساحت سطح زیر نمودار نیروی برشی، معمولاً ساده ترین روش برای ترسیم نمودار تگرگشتی است.

مثال) دیباگرام تگرگشتی و نیروی برشی را در تیر زیر رسم کنید.



$$\sum M_A = 0 \rightarrow B_y \times 3 = 180 \times 2 + 120 \times 1 \rightarrow B_y = 160 \text{ kN}$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow A_y + 160 = 300 \rightarrow A_y = 140 \text{ kN}$$

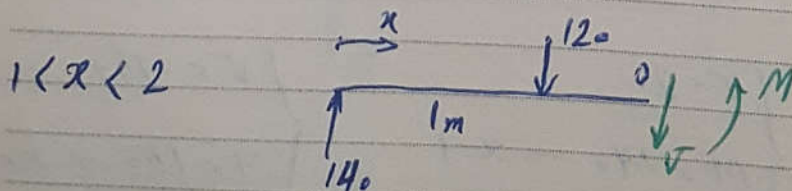


$$\sum F_y = 0 \rightarrow V = 140 \text{ kN}$$

$$\sum M_o = 0 \rightarrow M - 140(x) = 0 \rightarrow M = 140x$$

$0 < x < 1$

$$\left\{ \begin{array}{l} V = 140 \\ M = 140x \end{array} \right.$$

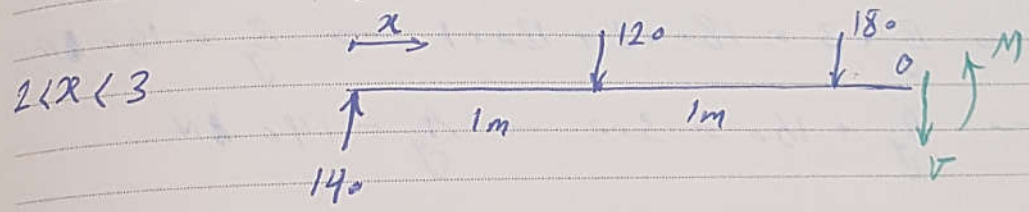


$$\sum F_y = 0 \rightarrow 140 - 120 - V = 0 \rightarrow V = 20 \text{ kN}$$

$$\sum M_o = 0 \rightarrow M - 140(x) + 120(x-1) = 0 \rightarrow$$

$$M = 20x + 120$$

$$1 < x < 2 \rightarrow \begin{cases} V = 20 \\ M = 20x + 120 \end{cases}$$



$$\sum F_y = 0 \rightarrow V + 120 + 180 - 140 = 0$$

$$V = -160 \text{ kN}$$

$$\sum M_o = 0 \rightarrow M + 180(x-2) + 120(x-1) - 140x = 0$$

$$\rightarrow M = -160x + 480$$

$$2 < x < 3 \rightarrow \begin{cases} V = -160 \\ M = -160x + 480 \end{cases}$$

$0 < x < 1$

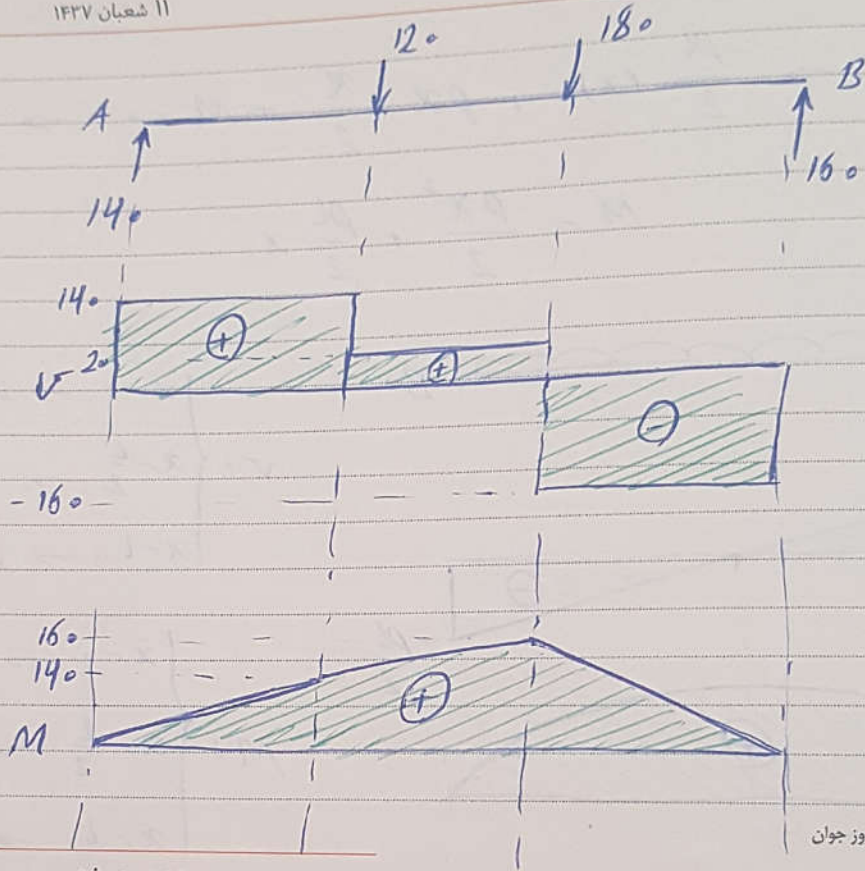
$$\begin{cases} V = 140 \\ M = 0 \rightarrow x = 0 \\ M = 140 \rightarrow x = 1 \end{cases}$$

$1 < x < 2$

$$\begin{cases} V = 20 \\ M = 140 \rightarrow x = 1 \\ M = 160 \rightarrow x = 2 \end{cases}$$

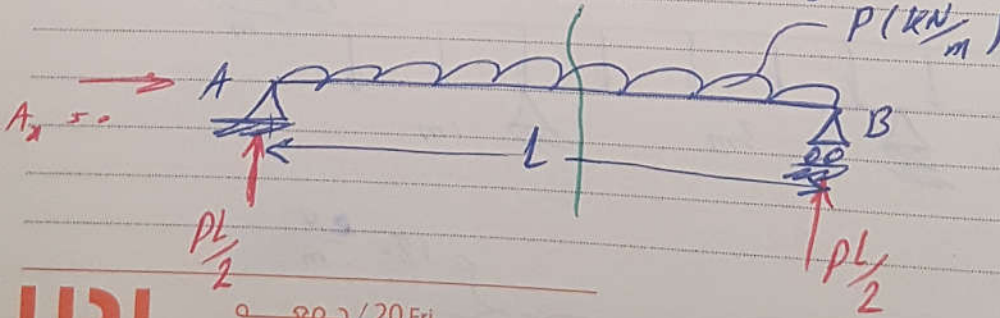
$2 < x < 3$

$$\begin{cases} V = -160 \\ M = 160 \rightarrow x = 2 \\ M = 0 \rightarrow x = 3 \end{cases}$$

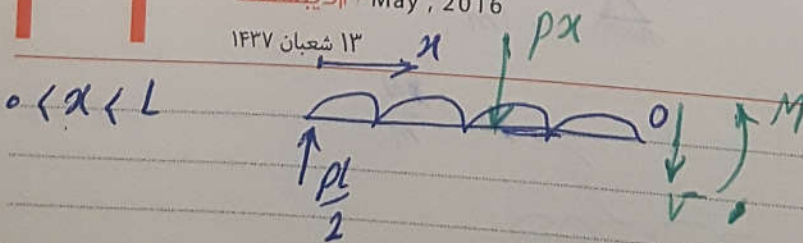


ولادت حضرت علی اکبر (ع) (۳۳ هـ ق) و روز جوان

مثال (دیالگرام تنش و نیروی برشی را در تیر زیر رسم کنید)



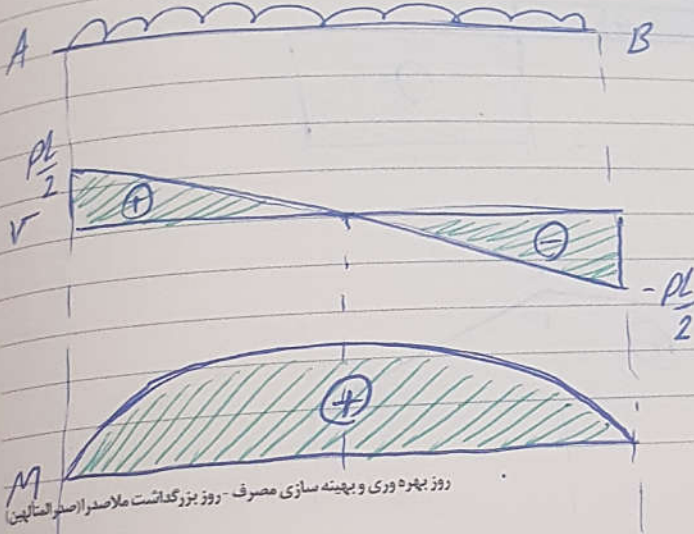
روز ملی جمعیت



$$\sum F_y = 0 \rightarrow \frac{PL}{2} - px - V = 0 \rightarrow V = \frac{PL}{2} - px$$

$$\Sigma M_o \rightarrow \frac{-\rho l}{2} (x) + \rho x \cdot \frac{x}{2} + M_o \rightarrow$$

$$M = \frac{-\rho x^2}{2} + \frac{\rho l}{2} x$$

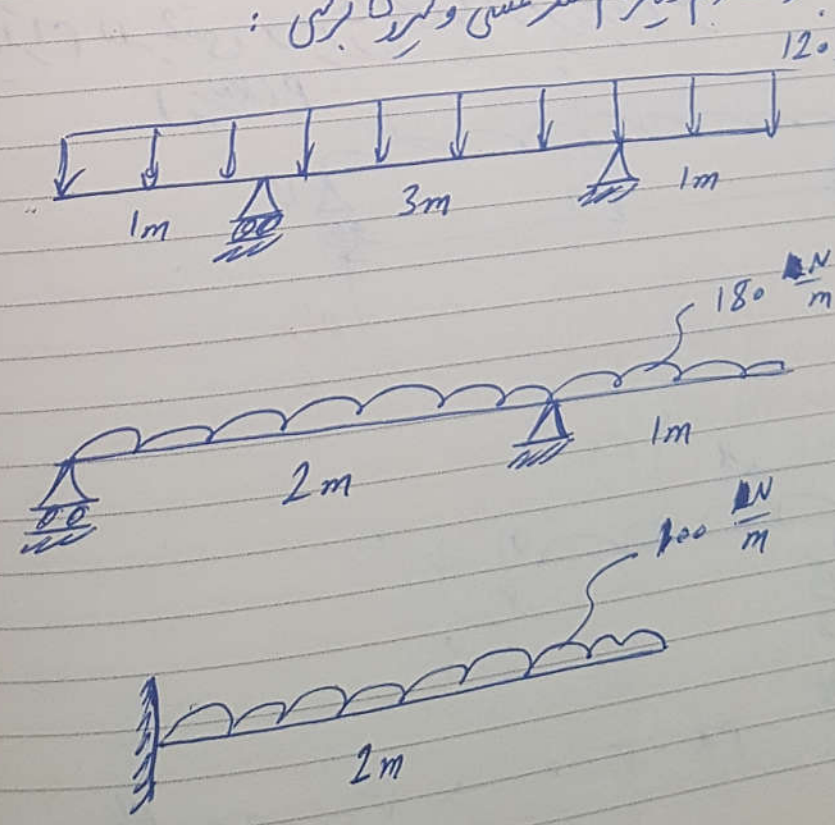


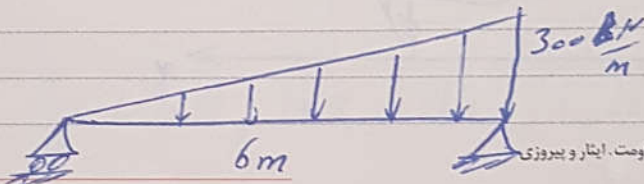
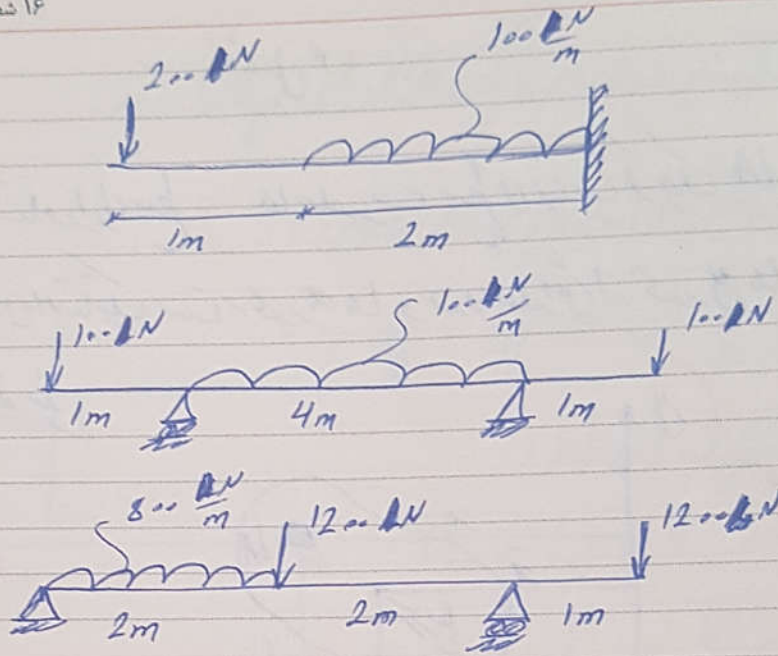
$$V: \begin{cases} x=0 \rightarrow V = \frac{\rho l}{2} \\ x = \frac{l}{2} \rightarrow V = 0 \\ x=l \rightarrow V = -\frac{\rho l}{2} \end{cases}$$

$$M: \begin{cases} x=0 \rightarrow M = 0 \\ x = \frac{l}{2} \rightarrow M = \frac{\rho l^2}{8} \\ x=l \rightarrow M = 0 \end{cases}$$

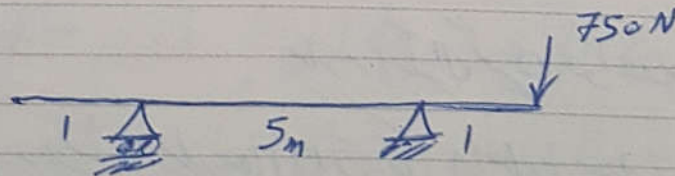
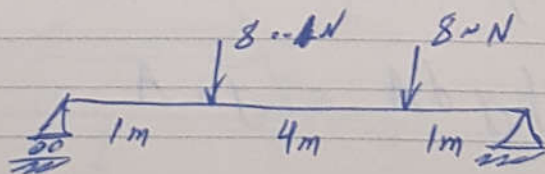
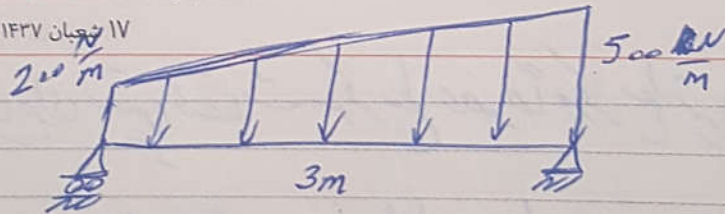
روز بهاره زری و بیچینه سازی مصرف - روز بزرگداشت ملاصدرا (اصغر التالین)

تیرزن (مطلوب است) بهم دیاگرام فلک تنش و نیروی برش :





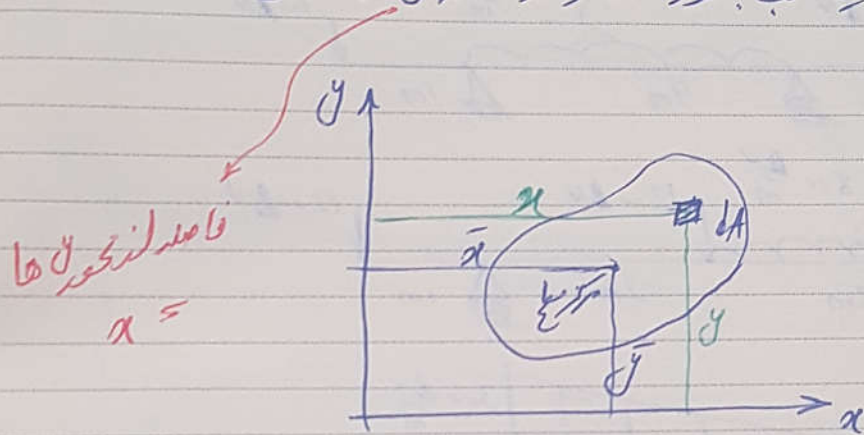
فتح خرمشهر در عملیات بیت المقدس (۱۳۶۱ هـ.ش) و روز مقاومت، ایثار و پیروزی



ملته : در جایی که برش صفر است (۵۵۰) ، تنش (۱۸) ماکزیم بایم کنیم

فصل ۴:

معان استاتیکی یا گشتاور اول سطح: حاصل ضرب سطح به نسبت کوچک dA در فاصله آن از محور y ها را معان استاتیکی نسبت به محور x ها و در فاصله آن از محور x ها را معان استاتیکی نسبت به محور y ها گویند.



فاصله از محور x ها = y

روز نسیم مهر (روز حمایت از خانواده زندانیان)

معان استاتیکی برای تعیین مختصات مرکز سطح محورها مرکز سطح x و y را پیدا می شود.

معان استاتیکی نسبت به محور y ها $Q_y = \int x dA = \bar{x} \cdot A$

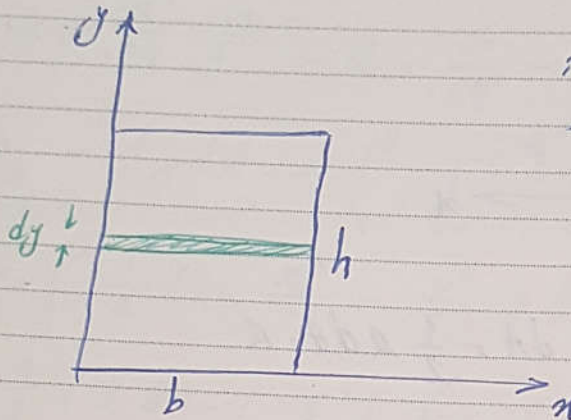
معان استاتیکی نسبت به محور x ها $Q_x = \int y dA = \bar{y} \cdot A$

بنابراین شکل هندسی برگزیده ای باشد که مرکز سطح آن را بدانی، نیاز به انتقال گیری نخواهد بود.

بنابراین مرکز سطح بر صورت زیر از معان استاتیکی حاصل می شود:

$$\bar{y} = \frac{\int y dA}{A}, \quad \bar{x} = \frac{\int x dA}{A}$$

مثال ۱ در شکل زیر معادل انتگرالی حول محور x ها را بنویسید:



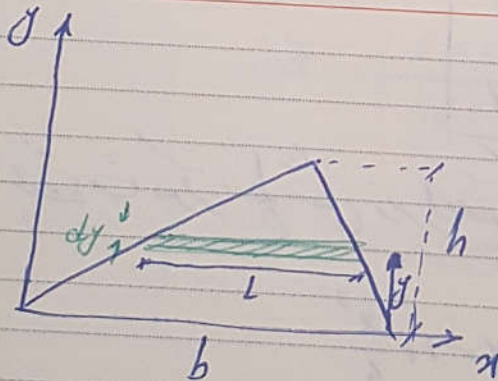
مختصات مرکز سطح شکل در مورد برای دانیم بنابراین:

$$Q_y = \bar{y} \cdot A = \frac{h}{2} \cdot bh = \frac{bh^2}{2}$$

با این فرض که مختصات این را داریم:

$$Q_x = \int y dA = \int_0^h y b dy = b \left[\frac{y^2}{2} \right]_0^h = \frac{bh^2}{2}$$

مثال ۲ در شکل زیر معادل انتگرالی حول محور x ها را بنویسید:



$$Q_x = \int y dA$$

$$dA = L dy$$

$$\frac{L}{b} = \frac{h-y}{h} \rightarrow$$

$$L = \frac{b}{h} (h-y) = b - \frac{b}{h} y$$

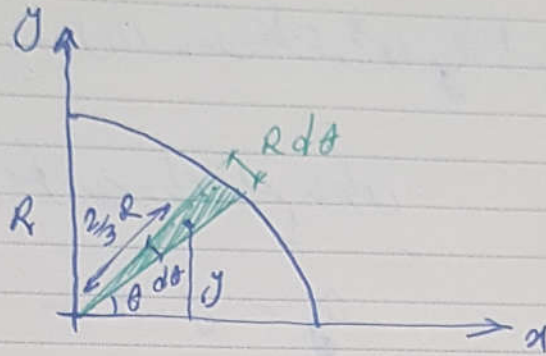
$$\Rightarrow Q_x = \int_0^h y (b - \frac{b}{h} y) dy$$

$$= \int_0^h (by - \frac{b}{h} y^2) dy$$

$$= by^2 \Big|_0^h - \frac{b}{h} \frac{y^3}{3} \Big|_0^h = \frac{bh^2}{2} - \frac{b}{h} \frac{h^3}{3} = \frac{bh^2}{6}$$

$$\bar{y} = \frac{bh^2/6}{bh/2} = \frac{h}{3}$$

مثال



$$Q_x = \int y dA \quad dA = \frac{1}{2} R d\theta \cdot R$$

$$\sin \theta = \frac{y}{\frac{2}{3}R} \rightarrow y = \frac{2}{3}R \sin \theta$$

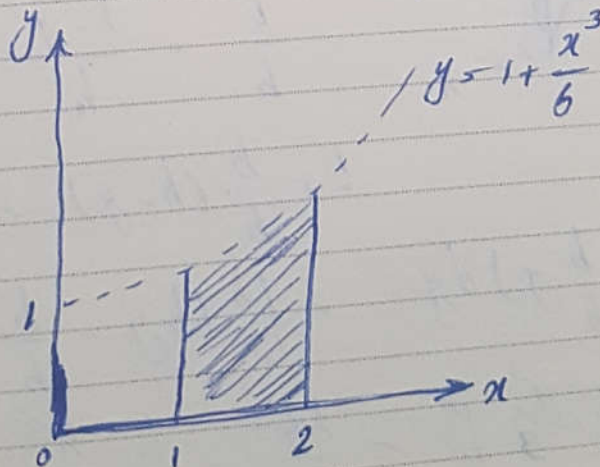
$$Q_x = \int_0^{\pi/2} \frac{2}{3}R \sin \theta \cdot \frac{1}{2} R^2 d\theta = \frac{1}{3} R^3 \int_0^{\pi/2} \sin \theta d\theta = \frac{R^3}{3}$$

$$\bar{x} = \bar{y} = \frac{R^3/3}{\pi R^2/4} = \frac{4R}{3\pi}$$

به عنوان نتیجه :

$\bar{x} = \bar{y} = \frac{4R}{3\pi}$

مثال ۱ محضات مرکز سطح شکل زیر را تعیین کنید.



$$A = \int dA = \int_1^2 \int_0^{1+\frac{x^3}{6}} dy dx = \int_1^2 \left(1 + \frac{x^3}{6}\right) dx =$$

$$\left. x + \frac{x^4}{24} \right|_1^2 = 2 + \frac{16}{24} - 1 - \frac{1}{24} = 1 + \frac{15}{24} = \frac{39}{24} = 1.625$$

$$Q_x = \int y dA = \int_1^2 \int_0^{1+\frac{x^3}{6}} y dy dx = \int_1^2 \frac{1}{2} \left(1 + \frac{x^3}{6}\right)^2 dx$$

$$= \int_1^2 \frac{1}{2} \left(1 + \frac{x^3}{3} + \frac{x^6}{36}\right) dx = \frac{1}{2} \left(x + \frac{x^4}{12} + \frac{x^7}{252}\right) \Big|_1^2 =$$

$$\frac{1}{2} (3.84 - 1.087) = 1.38$$

$$Q_y = \int x dA = \int_1^2 \int_0^{1+\frac{x^3}{6}} x dy dx = \int_1^2 x \left(1 + \frac{x^3}{6}\right) dx$$

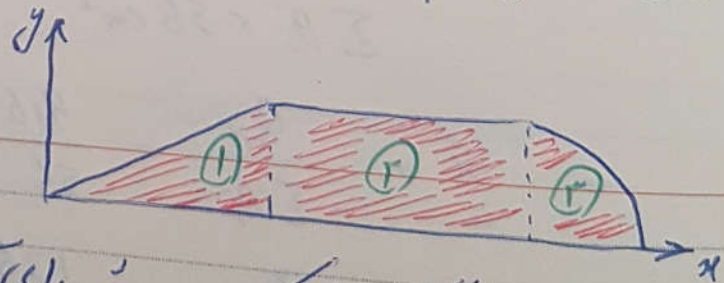
$$= \int_1^2 \left(x + \frac{x^4}{6}\right) dx = \left. \frac{x^2}{2} + \frac{x^5}{30} \right|_1^2 = 2 + \frac{32}{30} - \frac{1}{2} - \frac{1}{30}$$

$$= \frac{3}{2} + \frac{31}{30} = 2.53$$

$$\bar{x} = \frac{2.53}{1.625} = 1.56$$

$$\bar{y} = \frac{1.38}{1.625} = 0.85$$

معان استاتیکی برای سطوح مرکب:

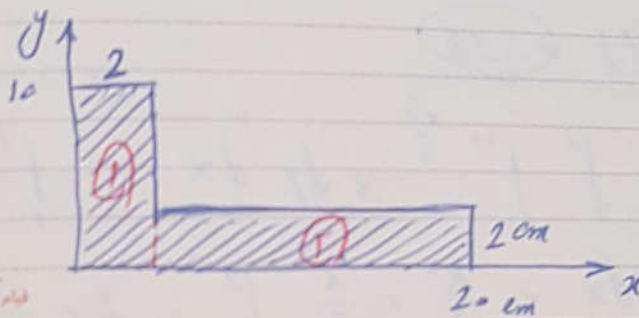


سطوح را به شکل‌هایی که مناسب است برای آنها انتخاب کنید تا تقسیم‌بندی و معال‌ها را بدست آورید. استفاده از جدول معادل بعدی کار راحت‌تری کند.

$$Q_x = \sum y_i A_i \Rightarrow \bar{y} = \frac{\sum y_i A_i}{\sum A_i}$$

$$Q_y = \sum x_i A_i \Rightarrow \bar{x} = \frac{\sum x_i A_i}{\sum A_i}$$

مثال) مطلوب است تعیین مکان انتقال سطح هاشورخورده نسبت به محور x و y و از این آن مختصات مرکز سطح هاشورخورده را بیابید.



فصل هفتمین 10 خرداد 1337 در سن اعظم

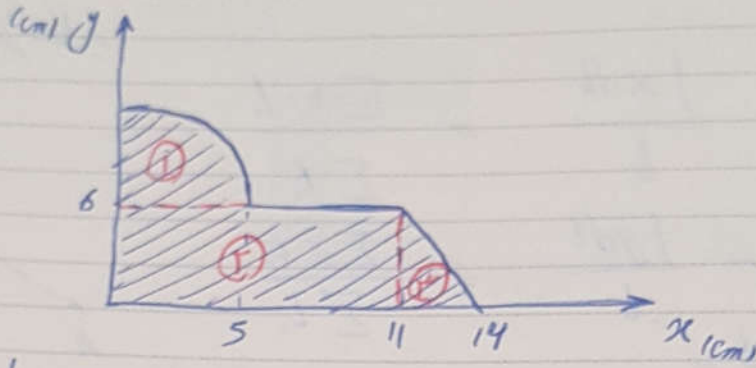
شماره سطح	مساحت سطح A_i	x_i	y_i	$x_i A_i$	$y_i A_i$
1	20	1	5	20	100
2	36	11	1	396	36

$$\sum A_i = 56 \text{ cm}^2$$

$$Q_y = 416 \text{ cm}^3 \quad Q_x = 136 \text{ cm}^3$$

$$\bar{x} = \frac{Q_y}{\sum A_i} = \frac{416}{56} = 7.43 \text{ cm}$$

$$\bar{y} = \frac{Q_x}{\sum A_i} = \frac{136}{56} = 2.43 \text{ cm}$$



شماره سطح	مساحت سطح A_i	x_i	y_i	$x_i \cdot A_i$	$y_i \cdot A_i$
①	6.25π	6.67π	$6 + 6.67\pi$	41.55	159.15
②	66	5.5	3	363	198
③	9	12	2	108	18

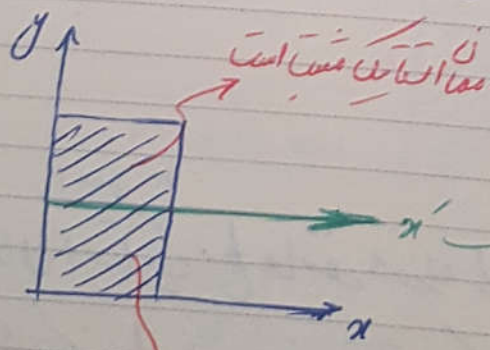
$\Sigma A_i = 94.6 \text{ cm}^2$
 سه شنبه / 7, Tue.

۵ / June, 2016
 ۱ رمضان ۱۴۳۷

$\Sigma x_i \cdot A_i = 512.55 \text{ cm}^3$
 $\Sigma y_i \cdot A_i = 366.15 \text{ cm}^3$

$\bar{x} = \frac{512.55}{94.6} = 5.41 \text{ cm}$
 $\bar{y} = \frac{366.15}{94.6} = 3.87 \text{ cm}$

نکته: معان استاتیکی نسبت به محورهای مرکزی مساوی می باشد.



معان استاتیکی متساوی است.

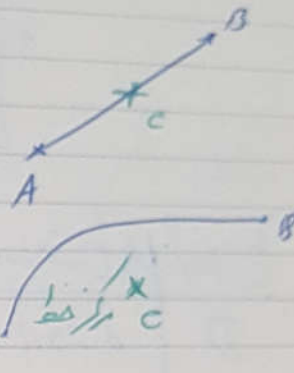
می باشد.

$$\bar{x} = \frac{\int x \, dl}{L} = \frac{\sum x_i \cdot L_i}{\sum L_i}$$

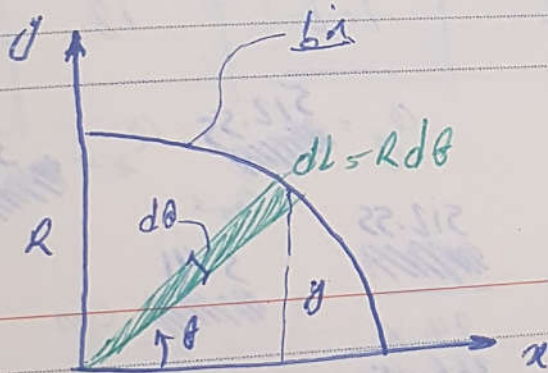
$$\bar{y} = \frac{\int y \, dl}{L} = \frac{\sum y_i \cdot L_i}{\sum L_i}$$

که طول خط

مختصات مرکز خط



مثال: چنانچه خطی مانند زیر داشته باشیم، مختصات مرکز خط را بیابید:

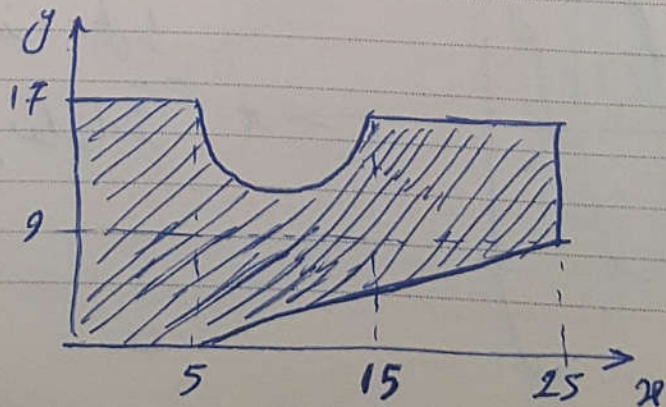
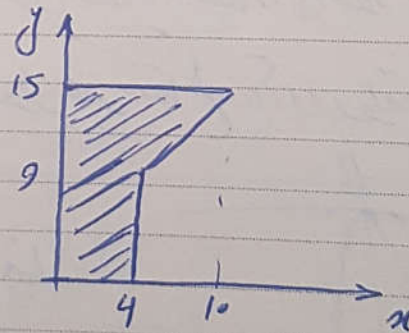
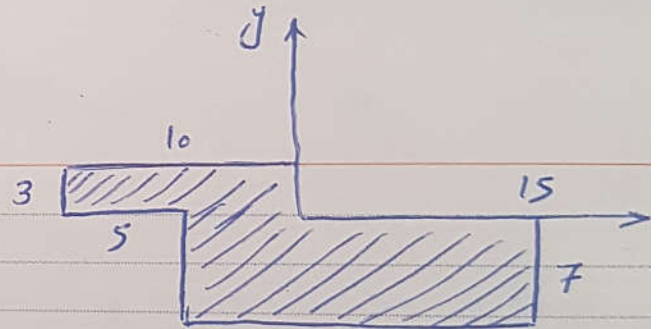
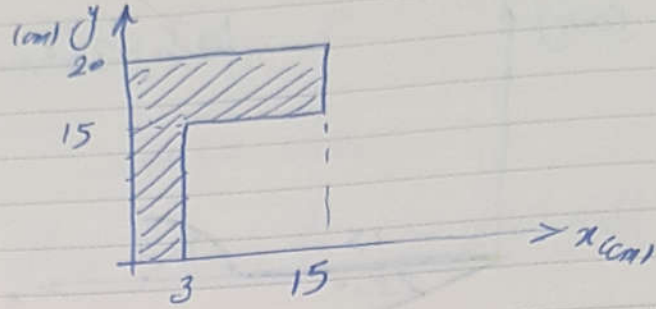


$$y \sin \theta = \frac{R}{2} \rightarrow y = R \sin \theta$$

$$\bar{y} = \frac{\int_0^{\pi/2} \underbrace{R \sin \theta}_{y} \cdot \underbrace{R d\theta}_{dl}}{\pi R / 2} = \frac{R^2}{\pi R / 2} \int_0^{\pi/2} \sin \theta \, d\theta = \frac{2R}{\pi}$$

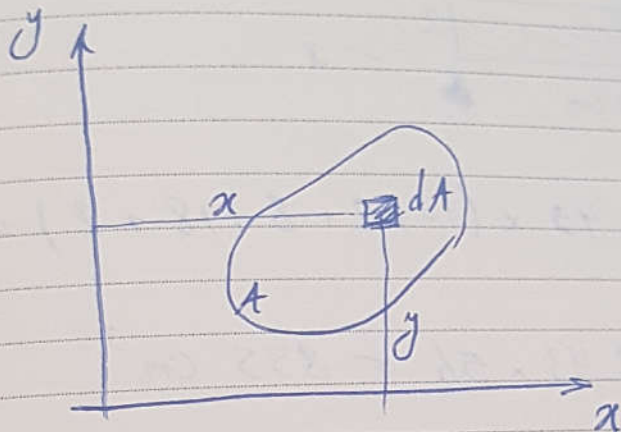
$$\frac{2\pi R}{4} = \frac{\pi R}{2}$$

مکان ا معان استاین سطح هاشور خورده استنباط کرده های x رین بیاید و از روی این مختصات مرکز سطح هاشور خورده را تعیین کنید.



فصل ۵ :

معان انرسی با تساوی در سطح :



معان انرسی المان سطح dA حول محور x ها همان گسار در سطح به صورت زیر است :

$$dI_x = y^2 dA$$

$$I_x = \int y^2 dA$$

به صورت مشابه برای معان انرسی المان dA حول محور y ها داریم :

$$dI_y = x^2 dA$$

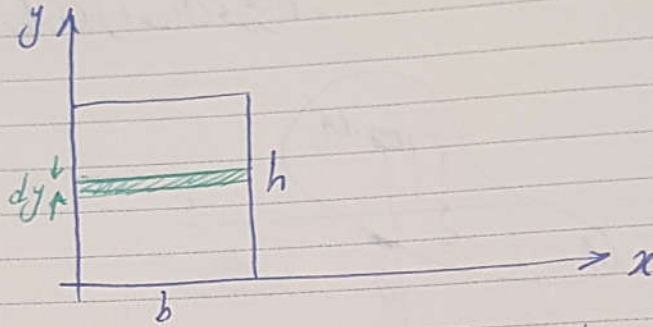
$$I_y = \int x^2 dA$$

لزاتاً که معان انرسی هر المان با یکدیگر فاصله اش تا محور متناسب است لذا هیچگاه معان انرسی متقی نداریم. معان استاتیگ نسبت به محور مرکزی صفری شود و اما معان انرسی نسبت به محور مرکزی صفری نمی شود.

5

شنبه / 25, Sat.
 تیر / June, 2016
 ۱۹ رمضان ۱۴۲۷

مسئله (۱)



$$I_x = \int y^2 dA = \int_0^h y^2 \cdot b dy = b \int_0^h y^2 dy = b \left. \frac{y^3}{3} \right|_0^h$$

$$I_x = \frac{bh^3}{3} \text{ (cm}^4\text{)}$$

دکانه

ضلع پستونو رڼو

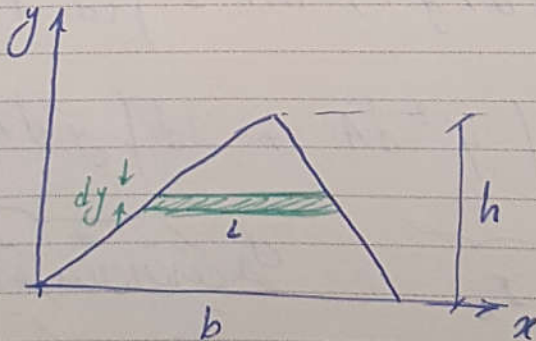
ضلع غور رڼو

نصرت خوردين حضرت علي (ع) (۴۰ هـ ق)

4

یکشنبه / 26, Sun.
 تیر / June, 2016
 ۲۰ رمضان ۱۴۲۷

مسئله (۱)



$$I_x = \int y^2 dA$$

از تناسب بریمت میگیریم

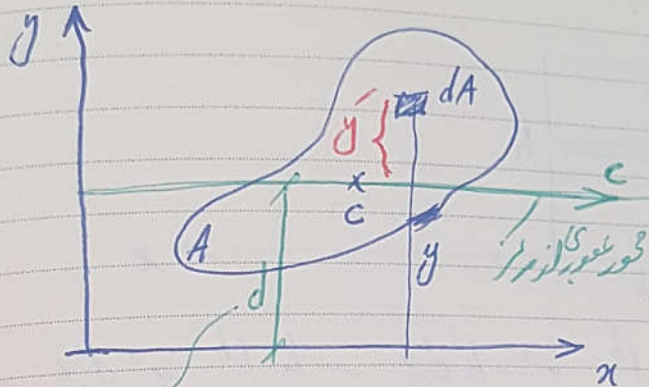
$$dA = l dy = b dy - \frac{b}{h} y dy$$

$$= \int_0^h b y^2 dy - \int_0^h \frac{b}{h} y^3 dy = \frac{bh^3}{3} - \frac{b}{h} \frac{h^4}{4} \rightarrow$$

$$I_x = \frac{bh^3}{12}$$

نسب قدر

قضیه کورهای موازی (انتقال محورها):



فاصله بین دو محور

ممان اینرسی حول محور غیر مرکزی را به آسانی می توان بر حسب ممان اینرسی حول محور مرکزی موازی آن بیان کرد یا برعکس.

شهادت حضرت علی (ع) ۴۰۱ هـ ق (تعطیل) - شهادت مظلومانه ایتا... دکتر بهشتی و ۷۲ تن از یاران امام خمینی (ره) با انفجار بمب به دست منافقان در دفتر مرکزی حزب جمهوری اسلام

۱۳۶۰ هـ ش (سرور قیود قضایه)

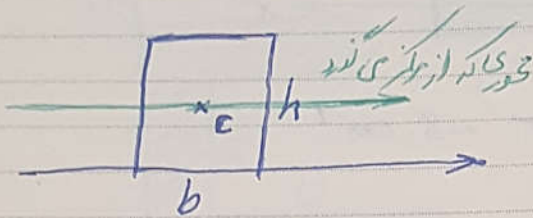
$$I_x = \int y^2 dA = \int (d + y_c)^2 dA = \int (d^2 + y_c^2 + 2dy_c) dA$$

$$= \underbrace{\int d^2 dA}_{Ad^2} + \underbrace{\int y_c^2 dA}_{I_c} + 2d \int y_c dA$$

بنابر ممان انتقالی حول محور مرکزی است.
 $Q_x = 0$

$$\rightarrow \boxed{I_x = I_c + Ad^2}$$

مسئله



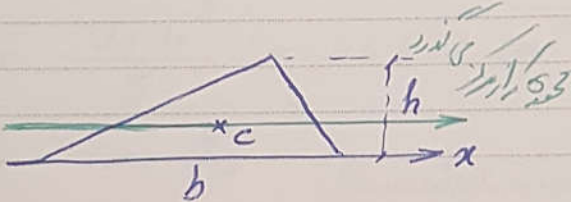
$I_c = ?$

$I_x = \frac{bh^3}{3}$

از قضیه محورها موازی: $\frac{bh^3}{3} = I_c + bh \times (\frac{h}{2})^2$

$\rightarrow I_c = \frac{bh^3}{12}$

مسئله



$I_c = ?$

$I_x = \frac{bh^3}{12}$

$I_c = \frac{bh^3}{12} - \frac{bh^3}{18} = \frac{bh^3}{36}$

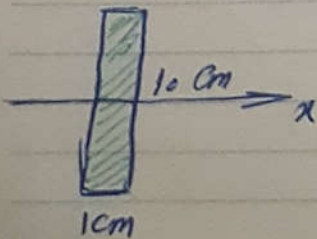
$\rightarrow I_c = \frac{bh^3}{36}$

شعاع زیرا سیون یا شعاع پرخش: شاخص است از کلیه نالی توزیع سطح نسبت به محور دور نظر

$r = \sqrt{\frac{I}{A}}$ معان انرسی / مساحت

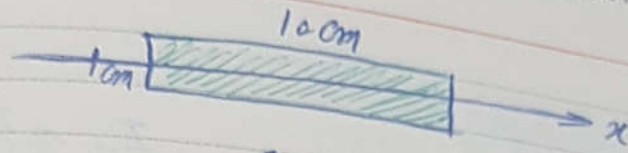
روز صنعت و معدن

مسئله (مفهوم شعاع زیرا سیون):



$I_x = \frac{1 \times 10^3}{12} \approx 80 \text{ cm}^4$

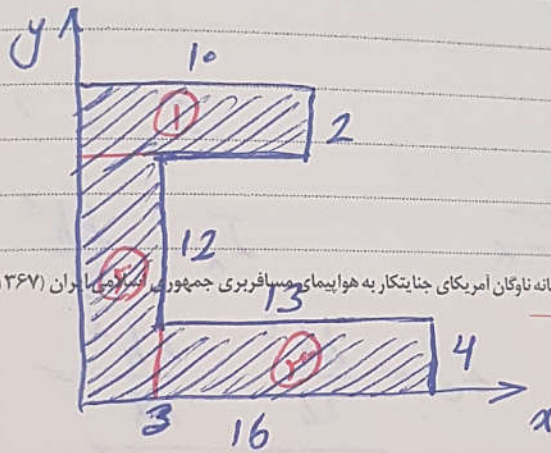
$r_x = \sqrt{\frac{80}{10}} = 2.8 \text{ cm}$



$$I_x = \frac{10 \times 1^3}{12} = 0.8 \text{ cm}^4$$

$$r_x = \sqrt{\frac{0.8}{10}} = 0.28 \text{ cm}$$

شعاع پخش ۰.۱ حالت قبل است.
 مثال برای سطح مورد نظر معان از برای شعاع زمر است و چون محور عمود بر هم است پس اولاً



حمله ددمنشانه ناوگان امریکای جانیکنار به هواپیمای مسافربری جمهوری اسلامی ایران (۱۳۶۷ هـ.ش) - روز افشای حقوق بشر امریکایی

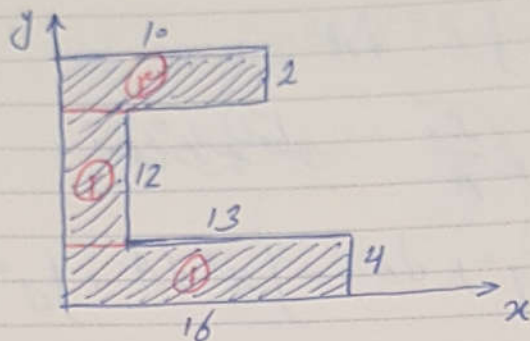
$$I_{1x} = \frac{bh^3}{12} + A_1 d^2 = \frac{10 \times 2^3}{12} + 20 \times 17^2 = 5786.6 \text{ cm}^4$$

$$I_{2x} = \frac{bh^3}{3} = \frac{3 \times 16^3}{3} = 4096 \text{ cm}^4$$

$$I_{3x} = \frac{bh^3}{3} = \frac{13 \times 4^3}{3} = 277.3 \text{ cm}^4$$

$$\Rightarrow I_x = I_{1x} + I_{2x} + I_{3x} = 10159.9 \text{ cm}^4$$

$$r_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}} = \sqrt{\frac{10159.9}{120}} = 9.2 \text{ cm}$$



$$I_{1y} = \frac{4 \times 16^3}{3} = 5461.3 \text{ cm}^4$$

$$I_{2y} = \frac{12 \times 3^3}{3} = 108 \text{ cm}^4$$

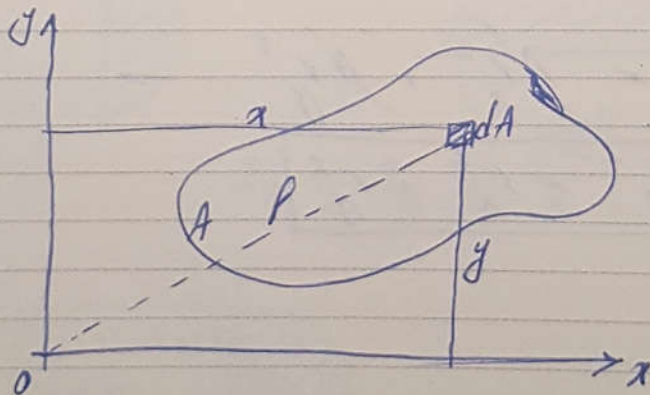
$$I_{3y} = \frac{2 \times 10^3}{3} = 666.7 \text{ cm}^4$$

$$\Rightarrow I_y = I_{1y} + I_{2y} + I_{3y} = 6236 \text{ cm}^4$$

روزنامه

$$r_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}} = \sqrt{\frac{6236}{120}} = 7.2 \text{ cm}$$

ممان اینرسی قطبی:



ممان اینرسی المان سطح dA حول قطب O به صورت زیر تعریف می شود:

$$dI_0 = r^2 dA$$

$$\rightarrow I_0 = \int r^2 dA$$

$$\rightarrow r_0 = \sqrt{\frac{I_0}{A}} \quad \text{شعاع رابعه ناقطبی}$$

$$I_0 = \int (x^2 + y^2) dA = \int x^2 dA + \int y^2 dA$$

$$\rightarrow \boxed{I_0 = I_y + I_x}$$

$$r_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}}$$

$$\rightarrow I_x = A r_x^2$$

و همین طریقی:

$$r_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}}$$

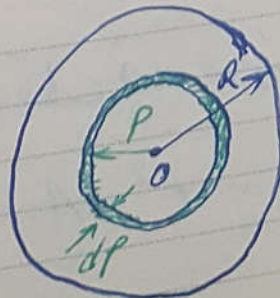
$$\rightarrow I_y = A r_y^2$$

با جایگذاری این روابط در معادله بالا، معادله زیر حاصل می‌گردد:

$$A r_0^2 = A r_x^2 + A r_y^2 \rightarrow$$

$$\boxed{r_0^2 = r_x^2 + r_y^2}$$

مثال ۱



$$I_0 = \int \rho^2 dA$$

$$I_0 = \int_0^R \rho^2 2\pi\rho d\rho = 2\pi \int_0^R \rho^3 d\rho = 2\pi \left(\frac{\rho^4}{4} \right)_0^R$$

$$\rightarrow \boxed{I_0 = \frac{\pi R^4}{2}}$$

در دایره به دلیل متقارن بودن: $I_x = I_y$

$$\Rightarrow I_0 = I_x + I_y = 2I_x = 2I_y = \frac{\pi R^4}{2}$$

$$\rightarrow \boxed{I_x = I_y = \frac{\pi R^4}{4}}$$

مساحت انحنای دایره $\frac{1}{4}$ محورهای عمود بر هم



نیم دایره:

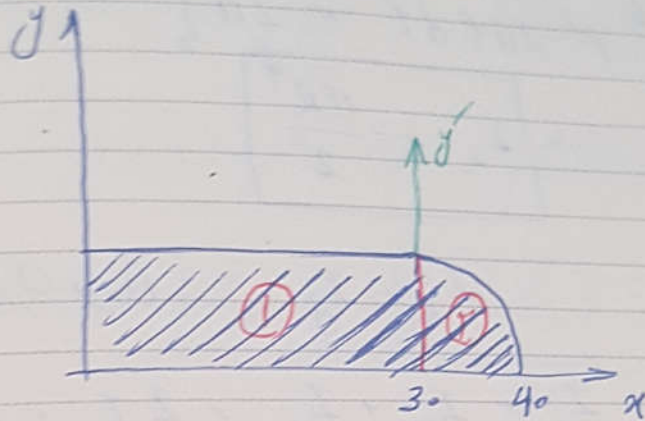
$$I_x = I_y = \frac{\pi R^4}{8}$$



ربع دایره:

$$I_x = I_y = \frac{\pi R^4}{16}$$

مثال) معادله انتگرالی برای محاسبه I_x برای شکل زیر بنویسید:



$$I_{1x} = \frac{3 \times 10^3}{3} = 10000 \text{ cm}^4$$

$$I_{2x} = \frac{\pi (10)^4}{16} = 1963.5 \text{ cm}^4$$

$$\rightarrow I_x = 11963.5 \text{ cm}^4$$

$$I_{1y} = \frac{10 \times 30^3}{3} = 90000 \text{ cm}^4$$

$$I_y = I_c + Ad^2 \rightarrow I_c = I_y - Ad^2 = \frac{\pi (10)^4}{16} - \frac{\pi (10)^2}{4} \times 4.2^2$$

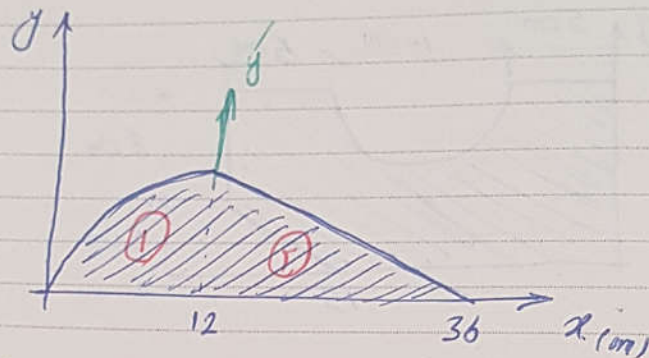
$$= 580.9$$

$$I_{2y} = I_c + Ad^2 = 580.9 + \left(\frac{\pi (10)^2}{4} \right) \times (4.2 + 30)^2$$

$$= 92397.2 \text{ cm}^4$$

$$I_y = 182397.2 \text{ cm}^4$$

مثال) شعاع براسیو مخروطی‌های x و y را برای شکل زیر بنویسید:



$$I_{1x} = \frac{\pi r^4}{16} = \frac{\pi (12)^4}{16} = 4071.5 \text{ cm}^4$$

$$I_{2x} = \frac{24 \times 12^3}{12} = 3456 \text{ cm}^4$$

$$\rightarrow I_x = 7527.5 \text{ cm}^4$$

$$r_x = \sqrt{\frac{7527.5}{257}} = 5.41 \text{ cm}$$

$$I_{y'} = I_c + Ad^2$$

$$I_c = \frac{\pi (12)^4}{16} - \frac{\pi (12)^2}{4} \times \left(\frac{4 \times 12}{3\pi} \right)^2 = 1138 \text{ cm}^4$$

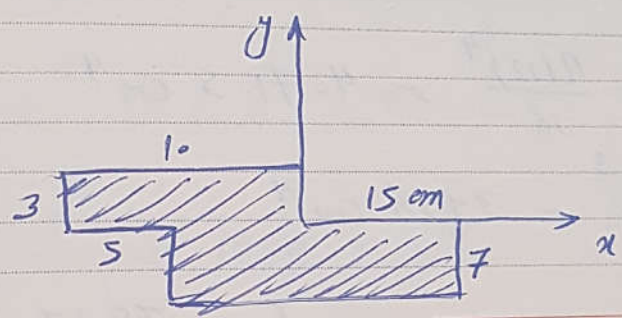
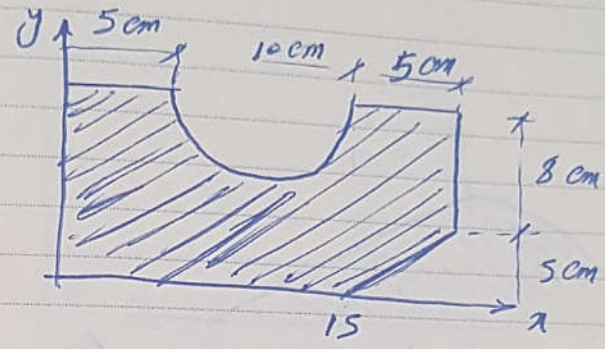
$$I_{y'} = 1138 + \frac{\pi (12)^2}{4} \left(12 - \frac{4 \times 12}{3\pi} \right)^2 = 6533.6 \text{ cm}^4$$

$$I_{2y} = \frac{12 \times 24^3}{36} + \frac{24 \times 12}{2} (12 + 8)^2 = 4608 + 57600 = 62208 \text{ cm}^4$$

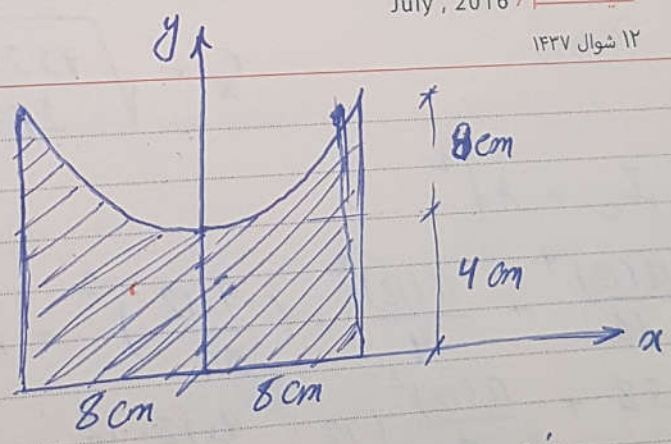
$$I_y = 68741.6$$

$$\rightarrow r_y = \sqrt{\frac{68741.6}{257}} = 16.35 \text{ cm}$$

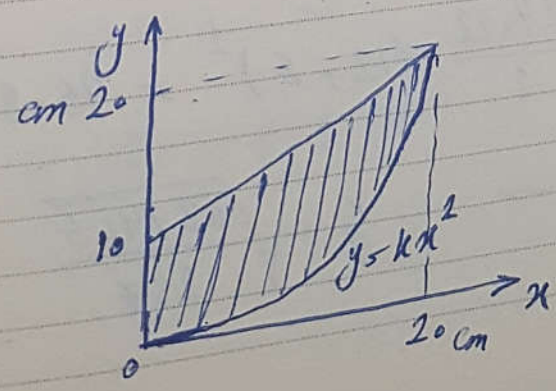
تمرین ۱ معان انتگرالی و ششگان زیر را به شکل های زیر در محور x به دست آورید:



سالروز تأسیس نهاد شورای نگهبان



تمرین ۱ معان انتگرالی شکل زیر را در محور x به دست آورید:



قرنی شعاع زیر این قطبی سطح هاشور افورده را حول مرکز آن، C بیست و درید:

